

 **MATEMATIKA**



HISTORIOGRAFI MATEMATIKA

**Rujukan Paling Otoritatif Tentang
Sejarah Perkembangan Matematika**



Dr. Kusaeri, M.Pd.

HISTORIOGRAFI MATEMATIKA

**Rujukan Paling Otoritatif Tentang
Sejarah Perkembangan Matematika**

HISTORIOGRAFI MATEMATIKA

**Rujukan Paling Otoritatif Tentang
Sejarah Perkembangan Matematika**

Dr. Kusaeri, M.Pd.

 **MATEMATIKA**

HISTORIOGRAFI MATEMATIKA; Rujukan Paling Otoritatif Tentang Sejarah Perkembangan Matematika

oleh Dr. Kusaeri, M.Pd.

Hak Cipta © 2017 pada penulis



Ruko Jambusari 7A Yogyakarta 55283
Telp: 0274-889398; 882262 Fax: 0274-889057

Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.

Tajuk Entri Utama: Kusaeri

HISTORIOGRAFI MATEMATIKA; Rujukan Paling Otoritatif Tentang Sejarah Perkembangan Matematika/Kusaeri

- Edisi Pertama. Cet. Ke-1. - Yogyakarta: Matematika, 2017
x + 170 hlm.; 24 cm

Bibliografi.: 161 - 170

ISBN : 978-602-60178-8-8

E-ISBN : 978-602-60178-9-5

1. Matematika - Sejarah

I. Judul

510.08

Semua informasi tentang buku ini, silahkan scan QR Code di cover belakang buku ini



KATA PENGANTAR

Bismillaahirrohmaanirrohiim...

Menulis buku berkaitan dengan sejarah diyakini banyak orang bukanlah hal yang mudah. Sebab, memerlukan data serta referensi yang harus lengkap dan akurat serta pemahaman penulis terhadap sejarah yang dituliskannya. Tidak mudah pula menemukan referensi yang dibutuhkan, serta mencari narasumber sebagai partner diskusi ketika ingin memperdalam pemahaman.

Buku ini mewakili pengalaman bertahun-tahun yang penulis lalui dalam mengajar dan melakukan riset sejarah matematika. Selama beberapa tahun juga, naskah buku ini telah menjadi pegangan dalam perkuliahan. Dan saya sangat berhutang pada berbagai saran dan kritik yang dilontarkan oleh mahasiswa saya.

Saya harus mengucapkan terima kasih kepada mereka-mereka yang telah ikut memberikan andil dalam hadirnya buku ini. Terutama patut disebutkan di sini: Dewi Rofiqoh dan Zamrotul Faiqoh. Keduanya sangat inten membantu dalam penelitian penulisan buku ini. Mereka begitu gigih dan tak kenal putus asa mencari referensi yang diperlukan. Juga kepada Rangga Sa'adillah, M.Pd.I yang telah membantu memberikan masukan lewat komentar dan coretan yang luar biasa. Tentu masih banyak rekan sejawat lain yang ikut berkontribusi, seperti Prof. Masdar Hilmy, Ph.D (yang menginspirasi munculnya judul buku ini) dan Prof. Dr. H. Ali

Mudlofir, M.Ag (kolega sekaligus Dekan di tempat saya bertugas). Dan masih banyak lagi yang tak mungkin disebutkan satu persatu.

Kepada semua orang yang tersebut di atas, saya ucapkan banyak terima kasih. Tak lupa juga kepada istriku tercinta Tatik Indiyati, M.Pd., dan dua buah hatiku: Berliana Ayu Prawesti Permatasari dan Intan Aprillia Putri Erinda, yang selalu memberikan warna dalam hidup dan semangat selama menuntaskan buku ini.

Pada buku ini, setiap awal bab sengaja saya tampilkan tokoh yang berjasa dalam mengembangkan matematika pada zamannya. Dengan maksud, agar dapat memberikan inspirasi bagi pembaca dari kisah para tokoh, sehingga mereka mampu menghargai dan meniru apa yang telah dilakukan para tokoh. Di akhir bab, saya tampilkan pula pengetahuan-pengetahuan penting yang mendasar dalam bentuk "Sebaiknya Anda Tahu..."

Mengakhiri kata pengantar ini, saya ingin menyampaikan permohonan maaf jika ada bagian dalam buku ini yang kurang tepat. Saya sangat terbuka terhadap kritik yang membangun. Akhirnya, sambil tetap memohon ridha Allah SWT, saya persembahkan karya sederhana ini kepada seluruh pembaca. Saya yakin, sekecil apapun yang kita lakukan dan perbuat, insya Allah akan dicatat sebagai amal kebaikan. Semoga bermanfaat...

Surabaya, Januari 2017



DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Sekilas Perkembangan Matematika	3
1.2 Matematika, Waktu dan Kalender dalam Sejarah	8
1.3 Pentingnya Sejarah Matematika	12
1.4 Metode Kajian	15
1.5 Sebaiknya Anda Tahu...	15
BAB 2 SEJARAH BILANGAN	17
2.1 Sistem Bilangan Bangsa Babilonia	20
2.2 Sistem Bilangan Bangsa Mesir	21
2.3 Sistem Bilangan Bangsa Cina Kuno	25
2.4 Sistem Bilangan Bangsa Maya	26
2.5 Sistem Bilangan Bangsa Yunani	27
2.6 Sistem Bilangan Bangsa Romawi	31
2.7 Sistem Bilangan Bangsa India	32
2.8 Sistem Bilangan Bangsa Arab	34
2.9 Sebaiknya Anda Tahu...	36

BAB 3	ALJABAR DAN GEOMETRI	
	3.1 Sekilas tentang Aljabar	37
	3.2 Perkembangan Geometri	38
	3.3 Sebaiknya Anda Tahu...	45
		51
BAB 4	ARITMETIKA DAN TRIGONOMETRI	
	4.1 Aritmetika	53
	4.2 Trigonometri	54
	4.3 Sebaiknya Anda Tahu...	59
		63
BAB 5	MATEMATIKA YUNANI	
	5.1 Thales	65
	5.2 Pythagoras	68
	5.3 Plato	72
	5.4 Euclid	73
	5.5 Aristoteles	76
	5.6 Archimedes	80
	5.7 Sebaiknya Anda Tahu...	83
		85
BAB 6	MATEMATIKA MESOPOTAMIA DAN MESIR	
	6.1 Perkembangan Matematika di Mesopotamia	87
	6.2 Dari Babilonia ke Persia	88
	6.3 Beralih ke Matematika Mesir	92
	6.4 Sebaiknya Anda Tahu...	97
		100
BAB 7	CINA KUNO DAN INDIA KUNO	
	7.1 Cina pada Masa Dinasti	103
	7.2 Buku <i>Nine Chapter on the Mathematical Art</i>	104
	7.3 Beberapa Tokoh Matematika Cina	108
	7.4 India Kuno	110
	7.5 Tokoh-tokoh Matematika India	112
	7.6 Sebaiknya Anda Tahu...	114
		116

BAB 8	MATEMATIKA PADA MASA KEJAYAAN ISLAM	117
8.1	Dinamika Intelektual Era Harun Ar-Rasyid dan Al-Ma'mun	121
8.2	Para Sarjana Matematika Muslim	123
8.3	Sebaiknya Anda Tahu...	130
BAB 9	ZAMAN RENAISSANCE	133
9.1	Merosotnya Kegiatan Intelektual Umat Islam	135
9.2	Masa Renaissance	139
9.3	Sebaiknya Anda Tahu...	145
BAB 10	MENUJU MATEMATIKA MODERN	147
10.1	Rene Descartes (1596-1650)	149
10.2	Pierre de Fermat (1601-1665)	150
10.3	Sir Isaac Newton (1642-1722)	152
10.4	Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)	154
10.5	Daniel Bernoulli (1700-1782)	155
10.6	Leonhard Euler (1707-1783)	157
10.7	Sebaiknya Anda Tahu...	159
DAFTAR PUSTAKA		161

-oo0oo-

BAB 1

PENDAHULUAN

Diophantus disebut sebagai “bapak aljabar,” karena ia memiliki kontribusi besar terhadap teori bilangan, notasi matematika dan aritmetika. Karya Diophantus memberikan pengaruh yang cukup besar dalam sejarah perkembangan matematika, utamanya perkembangan aljabar di Eropa pada abad XVI. Karya Diophantus memberikan landasan untuk bekerja pada aljabar dan pada kenyataannya banyak matematika modern didasarkan pada aljabar.



Sumber: Struik, D.J. (1987). *A Concise History of Mathematics: Fourth Revised Edition*. New York: Dover Publications, Inc

Gambar 1.1 Tokoh Legendaris Diophantus

Diophantus menuliskan lima belas buku. Namun, akibat peristiwa penghancuran dan pembakaran perpustakaan di Alexandria, hanya enam buku yang tersisa. Karya terbesarnya dalam bidang aljabar berjudul *Arithmetica*. Buku ini berisi penjelasan tentang tinjauan analitis teori bilangan. Berisi pengembangan aljabar yang dilakukan dengan membuat persamaan. Persamaan-persamaan tersebut disebut persamaan Diophantine (*Diophantine Equation*) yang digunakan hingga sekarang.

Susunan penulisan dalam Arithmetica tidak secara sistematis berisi operasi-operasi aljabar, fungsi-fungsi aljabar atau solusi terhadap persamaan-persamaan aljabar. Di dalamnya terdapat 150 permasalahan matematika yang diberikan melalui contoh-contoh numerik yang spesifik. Persamaan Diophantine merupakan suatu persamaan yang mempunyai solusi berupa bilangan bulat. Persamaan Diophantine tidak harus berbentuk persamaan linier, bisa saja berupa persamaan kuadrat, kubik atau lainnya selama mempunyai solusi bilangan bulat.

Matematika merupakan bagian dari warisan budaya. Sebagai warisan budaya, matematika hadir di tengah permasalahan kehidupan sosial masyarakat, sesuai konteks dan zamanya. Misalkan, geometri yang berkembang pada zaman Mesir kuno muncul karena kebutuhan petani dalam mengukur tanah garapannya di sekitar sungai Nil. Tanpa disadari, masyarakat Mesir kuno lambat laun akhirnya mampu melahirkan cara bagaimana mengukur luas segitiga.

Para arkeolog juga menemukan bukti bentuk sederhana matematika dalam sistem perhitungan di masyarakat kuno tertentu. Seperti ditemukannya beberapa tulang yang memiliki takik-takik dengan jarak teratur (sekitar 35.000 - 20.000 SM) di Eropa Barat (sekarang Republik Ceko dan Perancis). Tujuan takik tersebut mungkin untuk menunjukkan jumlah buruan yang dibunuh oleh pemburu, cara melacak persediaan hewan piaraan, atau cara melacak pergerakan matahari, bulan, atau bintang-bintang di langit seperti lazimnya kalender sederhana.

Di wilayah tertentu di Afrika, para gembala menghitung domba-domba mereka menggunakan kerang dan berbagai tali berwarna. Ketika setiap domba lewat, gembala menguntai kerang yang sesuai di tali putih, hingga mencapai sembilan kerang. Ketika domba kesepuluh lewat, mereka akan memindahkan kerang putih dan menempatkan satu kerang putih tersebut di tali biru, yang mewakili sepuluh. Ketika ada 10 kerang di tali biru (yang mewakili 100 domba) berada di tali biru kemudian akan dipasangkan ke tali merah, dan seterusnya. Aktivitas ini akan berlanjut sampai seluruh kawanan domba itu dihitung.

Uraian tersebut menandakan bahwa masyarakat prasejarah tertentu setidaknya memiliki cara visual yang sederhana untuk menghitung. Tetapi

mereka belum memiliki sistem perhitungan seperti yang kita miliki saat ini. Itu menunjukkan pada kita bahwa matematika sepertinya hasil imajinasi akal atau pemikiran manusia semata. Padahal matematika juga tidak lepas dari konteks kehidupan nyata. Proses abstraksi melalui pengolahan lebih lanjut dengan imajinasi akal, membuat matematika tampak terlepas dari kehidupan.

1.1 Sekilas Perkembangan Matematika

Bila kita menengok sejenak ke belakang, proses perkembangan matematika dimulai sejak adanya peradaban Mesopotamia, Mesir, dan Yunani. Mesopotamia yang kini menjadi Republik Irak merupakan salah satu peradaban tertua di dunia. Dilihat dari letak geografis, Mesopotamia terletak antara Sungai Tigris dan Sungai Eufrat. Artefak (perkakas peradaban bangsa Mesopotamia) yang ditemukan menunjukkan bangsa ini telah memiliki pengetahuan matematika yang luar biasa, meskipun matematika yang mereka miliki belum disusun secara deduktif seperti sekarang ini.

Peradaban Mesopotamia memengaruhi peradaban Sungai Nil di Mesir. Peradaban di sekitar Sungai Nil mencapai kejayaan sekitar abad ke-2 SM dan berkembang selama kurang lebih tiga setengah abad. Piramida yang dibangun oleh Bangsa Mesir kuno, merupakan contoh paling kuat dari struktur matematika dengan menggunakan bentuk-bentuk segitiga. Bangunan batu yang sangat besar ini terdiri dari dinding segitiga miring yang diatur di atas permukaan tanah yang berbentuk persegi.

Selain Piramida, para sejarawan juga menemukan naskah matematika di Mesir. Penemuan pertama naskah matematika yang dimiliki orang Mesir kuno berupa Papyrus, yaitu sebuah alat tulis sederhana menyerupai kertas. Ada banyak *papyrus*, namun beberapa yang berhubungan dengan matematika adalah *Papyrus Rhind*. *Papyrus Rhind* berbentuk lembaran yang berisi perintah berkaitan dengan pelajaran aritmatika dan geometri. Selain berisi rumus-rumus luas dan cara-cara perkalian, pembagian, dan pengerjaan operasi hitung pada pecahan,

lembaran ini juga menjadi bukti bagi pengetahuan matematika lainnya, termasuk bilangan komposit dan prima.

Perkembangan matematika mendapat momentum baru dalam peradaban Yunani. Mengapa demikian? Karena peradaban Yunani inilah yang meletakkan dasar matematika sebagai cara berpikir rasional, dan perkembangan matematika Yunani berbeda dengan perkembangan matematika di Mesopotamia maupun Mesir. Kedua peradaban yang disebutkan terakhir lebih menitikberatkan pada matematika praktis. Sementara, bangsa Yunani mengembangkan pemikiran matematika menggunakan teori-teori secara hati-hati melalui pembuktian-pembuktian matematis.

Jadi, matematika Yunani lebih maju dibandingkan dengan matematika yang dikembangkan oleh kebudayaan-kebudayaan pendahulunya. Semua naskah matematika pra-Yunani yang masih terpelihara menunjukkan penggunaan penalaran induktif, yaitu pengamatan yang berulang-ulang yang digunakan untuk mendirikan aturan praktis. Sebaliknya, matematika Yunani menggunakan penalaran deduktif. Bangsa Yunani menggunakan logika dan aksioma, dan kekuatan matematika dalam pembuktian.

Selain di Mesopotamia, Mesir dan Yunani, perkembangan matematika masa prasejarah juga dapat dilacak di India dan Cina. Namun, kedua negara tersebut tidak diulas di bagian ini. Akan mendapat porsi tersendiri pada bab-bab berikutnya. Langsung saja akan diuraikan perkembangan matematika abad pertengahan yang terjadi di timur tengah.

Memasuki permulaan abad masehi, perkembangan matematika di Yunani mengalami masa suram. Termasuk di belahan lain di Eropa. Hal itu disebabkan cengkeraman gereja sangat kuat. Kebebasan berpikir dan kreativitas sangat diatur gereja. Segala sesuatu yang berasal dari agama dan kitab suci dianggap sebagai hal yang paling benar. Sehingga kegiatan intelektual untuk mengembangkan ilmu pengetahuan dianggap sebagai sesuatu yang menyimpang dari aturan agama dan bisa merusak keimanan

seseorang. Sebab, ilmu pengetahuan mendorong manusia untuk mempertanyakan segala hal termasuk kebenaran agama.

Doktrin gereja yang sangat kental adalah menolak hasil kajian ilmu pengetahuan dan budaya berpikir atau filsafat yang sebelumnya pernah berkembang di Yunani. Para tokoh Kristen bersitegas untuk membasmi ilmu pengetahuan dan filsafat. Atas perintah gereja, pada tahun 389 M Perpustakaan di Alexandria dibakar. Sekolah-sekolah filsafat di Athena-pun ditutup. Paus Gregorius membuat larangan membaca karya-karya para ilmuwan Yunani. Para ilmuwan yang melanggar aturan penguasa dan gereja disiksa bahkan dihukum mati.

Ketidaknyamanan kondisi ini membuat sebagian ilmuwan melarikan diri ke Timur Tengah. Di sana mereka bebas mengajarkan dan mengembangkan ilmu pengetahuan termasuk matematika dan filsafat Yunani. Dengan demikian, Timur Tengah menjadi tempat aman dan nyaman bagi para ilmuwan yang membebaskan diri dari cengkeraman Gereja. Inilah awal mulai kebangkitan tradisi keilmuan dan matematika di negara-negara Arab.

Puncak kemajuan kegiatan ilmu pengetahuan dan matematika terjadi pada masa pemerintahan Abbasiyah di bawah pimpinan khalifah Harun al Rasyid dan putranya al Ma'mun. Masa pemerintahan Harun al Rasyid yang berkuasa selama 23 tahun, merupakan permulaan zaman keemasan (*golden ages of Islam*) bagi sejarah dunia Islam di belahan Timur. Keduanya terkenal sebagai khalifah yang cinta terhadap ilmu pengetahuan. Ia menggalakkan penerjemahan buku-buku asing ke dalam bahasa Arab sehingga masyarakat muslim mampu mencerna isi buku tersebut. Ilmu matematika terbaik dari seluruh peradaban besar dunia dari Yunani, Mesopotamia, Mesir, Persia, India dan Cina semuanya dikumpulkan untuk diterjemahkan.

Penemuan teknologi pembuatan kertas oleh bangsa Cina mengiringi kemajuan ilmu pengetahuan di Arab. Hal ini juga tidak lepas dari kontribusi ahli pikir dan para khalifah yang gemar menggali pemikiran-pemikiran besar dari berbagai peradaban yang telah lalu. Mereka sering

mendiskusikan pemikiran-pemikiran filsuf Yunani seperti Plato dan Aristoteles yang mengembangkan matematika. Dalam peradaban ini, matematika dianggap sebagai salah satu ilmu terpenting di peradaban Islam karena merupakan dasar dari semua ilmu, bahasa ilmu pengetahuan, sesuai dengan pemikiran dari Aristoteles.

Mulai abad ke-11, tanda-tanda kemunduran negara-negara Islam mulai tampak. Lagi-lagi, penyebabnya adalah dibungkamnya kebebasan berpikir, sehingga kebebasan menjadi makhluk langka. Para penguasa tidak segan-segan membunuh orang yang dianggap berlawanan dengan penguasa. Misalnya yang dilakukan Sultan Barsbay (1422-1438) yang pernah memenggal kepala 2 orang dokter pribadinya karena tidak bisa menyembuhkan penyakit sultan. Contoh lain, Sultan al-Asyraft Saifuddin Qaitbay pernah memotong lidah Ali bin al-Marsyusi (seorang ahli kimia yang gagal mengubah logam menjadi emas). Peristiwa-peristiwa ini memiliki dampak terhadap semakin surutnya kegiatan intelektual.

Para penguasa dan panglima negara-negara Arab juga tak jarang bertikai satu sama lain untuk memperebutkan kekuasaan dengan mengorbankan nasib dan kehidupan rakyatnya yang juga muslim. Akhirnya, mulai lepas satu per-satu wilayah kekuasaan negara-negara muslim. Dimulai dengan lepasnya kekuasaan di bumi Andalusia. Hancurnya Baghdad dan Granada di Spanyol sebagai pusat pendidikan dan kebudayaan Islam semakin memperparah runtuhnya sendi-sendi pendidikan dan kebudayaan Islam. Musnahnya lembaga pendidikan dan buku-buku ilmu pengetahuan dari kedua pusat pendidikan di dunia Islam tersebut, menyebabkan pula kemunduran pendidikan di seluruh dunia Islam.

Pada abad ke-13 M, Cordoba sebagai pusat kegiatan intelektual jatuh ke tangan Raja Alfonso VII. Dengan lepasnya Cordoba, maka hilang pula pusat kebudayaan Islam di Eropa. Kehilangan ini terus berlanjut pada kota-kota besar lainnya seperti Sevilla dan Malaga. Sementara itu, Baghdad sebagai pusat peradaban Islam juga mengalami kehancuran akibat serangan dari tentara Mongol.

Pada abad ke-14, Eropa ingin membebaskan diri dari zaman kegelapan dengan melakukan revolusi intelektual melalui gerakan *renaissance*. Ditandai dengan lahirnya berbagai kreasi baru yang diilhami oleh kebudayaan Eropa klasik (Yunani dan Romawi) yang lebih bersifat duniawi. Ciri utama *renaissance* adalah humanisme, individualisme, dan lepas dari agama. *Renaissance* dimulai di Italia, kemudian menyebar ke seluruh Eropa.

Pada masa ini, digalakkan kegiatan penerjemahan buku-buku karya ilmuwan muslim. Di Toledo didirikan Sekolah Tinggi Terjemahan yang dipimpin oleh Raymon sebagai basis penerjemahan buku-buku bahasa Arab ke dalam bahasa Latin. Penerjemahan buku-buku matematika dipimpin oleh Gerard. Hasil kegiatan penerjemahan tersebut, tidak hanya memperkaya kurikulum sekolah-sekolah di Eropa, tetapi juga mampu merevolusi pemikiran para pendidik dan cendekiawan. Mereka memperluas dan memperdalam disiplin ilmu matematika. Hal ini menunjukkan intelektualisme yang berkembang di dunia Islam pada masa sebelumnya telah memberikan kontribusi yang sangat besar bagi kemajuan peradaban barat hingga saat ini.

Semenjak *renaissance*, perkembangan matematika di Eropa terus bermekaran. Ketertarikan para sarjana terhadap matematika semakin meningkat. Diiringi dengan adanya kertas yang membuat buku-buku teks makin banyak. Pada 1540 M Robert Recorde menuliskan buku berjudul *The Ground of Artes*, sebuah buku tentang aritmatika. John Napier, bangsawan skotlandia menemukan logaritma pada tahun 1614 M. Dari tahun 1650 M sampai tahun 1850 M muncullah geometri analitis oleh Rene Descartes dan kalkulus oleh Newton dan Leibniez. Mereka memfokuskan analisis modern, seperti dalam aljabar dan geometri yang digunakan hingga sekarang.

Itulah sekelumit catatan perkembangan matematika sebelum masehi, abad pertengahan hingga abad modern. Banyak hal yang dpat dipetik hikmahnya dari pelajaran membaca kasus di atas. Masih banyak untaian sejarah matematika yang belum terungkap, dan menarik untuk disimak. Semua dapat dibaca pada bab-bab berikutnya di buku ini.

1.2 Matematika, Waktu dan Kalender dalam Sejarah

Matematika turut berkontribusi dalam perumusan waktu. Epistemologi waktu dapat ditilik dari perkembangan sejarah matematika pertama yang dibangun oleh bangsa Babilonia. Kemajuan peradaban bangsa Babilonia ditunjukkan dengan dikenalnya sistem penulisan bilangan yang disebut dengan *cuneiform*. Sistem penulisan bilangan bangsa Babilonia tersebut berbasis 60 atau seksagesimal.

Dari sistem numerasi berbasis 60 ini kemudian dikenal sistem waktu, yang hingga kini masih kita gunakan yakni satu jam terdiri dari 60 menit dan satu menit terdiri dari 60 detik. Bangsa Babilonia membagi waktu sehari menjadi 24 jam yang dibagi dalam pergantian waktu siang dan malam. Pembagian jam, menit, dan detik telah dimulai sekitar tahun 3000 SM. Tidak diketahui dengan pasti mengapa bangsa Babilonia memilih bilangan pokok 60. Nyatanya, metode yang mereka gunakan terbukti memberikan manfaat bagi kita selama berabad-abad.

Selain bangsa Babilonia, sebagian besar ilmuwan sepakat bahwa bangsa Mesir merupakan bangsa yang melakukan pencatatan waktu dengan serius. Pada tahun 3500 SM, bangsa Mesir membangun *obelisk*, yaitu sebuah monumen berbentuk kubus (segi empat) tinggi nan menjulang ke atas ditempatkan di tanah lapang supaya terkena sinar matahari dengan sempurna. Sehingga tatkala *obelisk* terpapar sinar matahari dapat membentuk bayangan yang prinsipnya hampir serupa dengan jam matahari. Mulanya melalui bayangan dari *obelisk* ini merepresentasikan waktu menjadi dua bagian, yaitu sebelum dan sesudah tengah hari. Karena kebutuhan masyarakat terhadap waktu semakin berkembang, maka pembagiannya lebih diperinci. Sehingga membagi satuan waktu menjadi jam berdasarkan panjang bayangan yang dibentuk oleh *obelisk*. Selain menunjukkan waktu dalam jangka pendek, jam matahari raksasa juga dapat digunakan untuk menentukan hari terpanjang dan terpendek sepanjang tahun.

Selain *obelisk*, perangkat pertama yang digunakan untuk mengukur waktu adalah jam matahari sederhana yang memiliki ukuran lebih kecil

dari *obelisk*. Jam matahari ini berupa lempengan berbentuk lingkaran yang diberi tanda garis untuk menunjukkan jam dan menit. Di tengah-tengahnya terdapat *Gnomon* atau benda bersudut yang berfungsi sebagai pembuat bayangan pada lempengan jam yang akan nampak berputar pada bayangannya karena pergerakan matahari. Untuk menunjukkan cara kerja yang akurat, *Gnomon* harus menunjuk ke kutub langit utara. Semakin tajam garis bayangan, maka semakin besar keakuratannya.

Jam matahari ini telah digunakan sekitar tahun 1500 SM oleh bangsa Mesir. Jam ini dibagi menjadi sepuluh bagian, dengan dua tanda jam senja. Sayangnya, jam ini hanya dapat digunakan untuk menyebutkan waktu setengah hari. Setelah siang, jam matahari diputar sebesar 180° untuk mengukur jam setelah tengah hari.

Adanya pergantian dan pengulangan waktu, menuntun manusia untuk menggagas simbolisasi berupa bilangan-bilangan dalam satuan tertentu yang dikenal dengan istilah penanggalan atau kalender. Kebutuhan menghitung, melacak, dan mengatur hari, bulan dan sebagainya mendorong diciptakannya kalender. Di sinilah peran matematika dalam mengestimasi pembuatan kalender tersebut.

Istilah kalender berasal dari bahasa Inggris *calendar*. Secara etimologi berasal dari bahasa Latin *kalendarium*, yang berakar dari kata *kalandae* atau *calendae*. Artinya hari permulaan suatu bulan. Dalam istilah bahasa Indonesia, dikenal sebagai penanggalan. Perbedaan kalender dan penanggalan hanya terletak pada istilahnya. Lebih jelasnya penanggalan merujuk pada suatu sistem perhitungan waktu berupa bilangan-bilangan dalam satuan waktu tertentu. Sedangkan kalender dimaknai sebagai media untuk menuliskan bilangan-bilangan hasil perhitungan yang berisi hari, dan bulan dalam satu tahun.

Terdapat beberapa satuan waktu yang mengacu pada kalender dan penanggalan, di antaranya adalah hari, minggu, bulan, tahun dan sebagainya. Sistem penanggalan atau kalender sangat berkontribusi terhadap keberlangsungan hidup manusia guna mengetahui pergantian

waktu. Di samping itu memudahkan manusia mengingat dan mencatat suatu peristiwa penting yang terjadi dalam kehidupannya.

Sistem penanggalan mengalami perkembangan dan penyempurnaan tahap demi tahap. Mulanya sistem penanggalan yang dirumuskan oleh sekelompok masyarakat memiliki cara penanggalan yang berbeda-beda, bergantung pada kemajuan tingkat peradaban manusianya. Sistem penanggalan atau kalender disepakati sebagai sebuah penanda waktu yang di dalamnya mencakup tahun, bulan, hari dan jam.

Bangsa Mesir diakui sebagai bangsa pencetus kalender sejati pertama, dimulai pada tahun 4500 SM. Bangsa Mesir membuat kalender bulan yang didasarkan pada siklus peredaran bulan. Seluruh siklus peredaran bulan memerlukan waktu sekitar 29.530589 hari.

Kelemahan penggunaan kalender bulan ini terletak pada jumlah pecahan hari, sehingga kurang tepat untuk dikembangkan lebih lanjut. Kemudian bangsa Mesir mengembangkan sistem kalender lain yang dimulai saat terbitnya bintang Sirius. Sistem kalender ini lazim dikenal sebagai bintang yang paling terang. Menurut bangsa Mesir, kemunculan bintang ini memberi pertanda akan terjadi banjir dari luapan sungai Nil, dan menjadikannya titik awal untuk menyusun kalender Mesir.

Sistem penanggalan bangsa Mesir termaktub satu tahun terdiri dari 12 bulan. Satu bulan terdapat 30 hari dan lamanya waktu dalam setahun adalah 365 hari, yang diperoleh dari perhitungan 12×30 hari dan ditambah 5 hari. Bangsa Mesir juga mengenal tahun kabisat. Perhitungan tahun kabisat sama dengan perhitungan tahun syamsiyah (sistem solar). Sistem penanggalan bangsa Mesir dengan sistem solar kemudian diadopsi oleh bangsa Romawi menjadi kalender Romawi dengan sistem Gregorian.

Sistem kalender Gregorian disebut juga dengan sistem kalender masehi, yang digunakan sekarang ini. Sistem kalender masehi berakar dari sistem kalender Yulian yang merupakan perbaikan dari sistem penanggalan Romawi. Reformasi kalender ini dilakukan oleh Julius Caesar dengan bantuan seorang matematikawan dan astronom Alexandria yang bernama Sosigenes dengan menyesuaikan posisi matahari sebenarnya.

Akhirnya ditetapkan bahwa satu tahun = 365,25 hari. Sistem kalender ini kemudian dikenal dengan sistem kalender Yulius atau Yulian.

Pada awalnya sistem kalender Romawi hanya berumur 10 bulan, yaitu: *Martius* (Maret), *Aprilis* (April), *Maius* (Mei), *Junius* (Juni), *Quintilis* (Juli), *Sextilis* (Agustus), *September* (September), *October* (Oktober), *November* (Nopember), *December* (Desember). Kemudian pada tahun 700 SM terjadi penambahan bulan menjadi 12 bulan, di antara nama-namanya adalah *Martius* (31), *Aprilis* (29), *Maius* (31), *Junius* (29), *Quintilis* (31), *Sextilis* (29), *September* (29), *October* (31), *November* (29), *December* (29), *Ianuarius* (29), *Februarius* (28).

Dengan demikian, setiap tahun terdapat 12 bulan, yaitu Januari, Februari, Maret, April, Mei, Juni, Juli, Agustus, September, Oktober, November dan Desember. Bulan ke 1, 3, 5, 7, 8, 10 dan 12 masing-masing berusia 31 hari, sedangkan yang lainnya berumur 30 hari. Kecuali bulan ke-2 (Februari) berumur 28 hari pada tahun *Basithah* (pendek) dan berumur 29 hari pada tahun kabisat.

Ketika Islam datang, sistem penanggalan umat Islam menggunakan kalender hijriah yang dihitung berdasarkan siklus perputaran bulan. Sistem penanggalan hijriah dihitung sejak peristiwa hijrahnya Nabi Muhammad SAW dan pengikutnya dari Makkah ke Madinah. Melalui peristiwa ini, sistem kalender hijriah ditetapkan jatuh pada tanggal 1 Muharram (1 Hijriah). Meskipun demikian, kalender hijriah belum digunakan mulai saat itu. Melainkan pada tahun 17 H pada masa kekhalifahan Umar Bin Khattab barulah diperkenalkan kalender hijriah. Alkisah, penanggalan Hijriyah ini berawal dari kejadian diriwayatkan oleh Ahmad dan Bukari (*ulama'* pakar hadits), bahwa Khalifah Umar bin Khattab menerima surat laporan bulan Sya'ban. Kemudian sang Khalifah bertanya, "ini Sya'ban tahun kapan?" Bermula dari tidak adanya tahun, maka Khalifah berinisiatif untuk mengumpulkan sahabat. Kemudian, seorang sahabat yang masih muda namun brilian bernama Ali bin Abi Thalib, mengusulkan agar tahun hijriyah dihitung sejak Rasulullah hijrah meninggalkan Madinah.

Sistem penanggalan kalender hijriah didasarkan pada peredaran bulan mengelilingi bumi. Penanggalan ini didasarkan pada perhitungan (*hisab*). Satu kali peredaran bulan mengelilingi bumi lamanya 29 hari 12 jam 44 menit 2,5 detik. Bentuk tersebut kemudian dibulatkan untuk menghindari pecahan hari. Maka ditentukan bahwa umur setiap bulan ada yang berumur 29 hari dan ada yang berumur 30 hari. Untuk bulan-bulan ganjil biasanya usia bulan 30 hari, sedangkan untuk bulan-bulan genap berumur 29 hari, kecuali pada bulan ke-12 (Dzulhijjah) pada tahun kabisat berumur 30 hari.

1.3 Pentingnya Sejarah Matematika

Dalam suatu pembelajaran, pelajaran matematika umumnya disajikan kepada siswa dalam bentuk jadi. Disajikan secara sistematis, setahap demi setahap. Tanpa diberikan penjelasan dari mana konsep tersebut ditemukan. Cara yang demikian tentunya sangat disayangkan. Anak hanya *dicekoki* fakta-fakta matematika, yang seringkali menyebabkan mereka kesulitan memahaminya.

Suatu pembelajaran matematika seharusnya dapat merangkum perjalanan sejarah didaptkannya fakta dan konsep matematika. Dengan harapan, dapat diketahui bahwa matematika pada hakikatnya hidup, dan akan terus berubah. Bukan sekedar bagian dari suatu hasil ketetapan.

Melibatkan sejarah matematika dalam pembelajaran, berarti membangun kesadaran siswa akan suatu dimensi yang paling mendasar dari keberadaan manusia, yakni kontinuitas. Yakni upaya secara terus menerus mempelajari apa yang terjadi di masa lampau untuk diambil hikmahnya di masa kini dan masa depan. Melalui sejarah matematika pula, siswa akan mendapatkan inspirasi dan hikmah dari kisah-kisah pendahulunya, sehingga mampu mendorong pola pikir rasional. Mereka juga dapat menghargai apa yang telah ditemukan para pendahulu yang mengembangkan berbagai bidang kajian matematika.

Dalam sebuah proses pembelajaran, sejarah matematika memegang peranan penting dalam membentuk pemahaman siswa bahwa konsep

matematika bukan sebuah sistem pengetahuan yang tetap dan final. Akan tetapi sebuah sistem yang akan terus berjalan dan berkaitan dengan cabang-cabang ilmu pengetahuan yang lain seperti fisika, ekonomi, geometri, dan lainnya.

Ada tiga fungsi sejarah matematika dalam sebuah proses pembelajaran. *Pertama*, dengan sejarah matematika, siswa akan mendapatkan dasar dalam memperoleh pengetahuan yang beragam serta mendalam. *Kedua*, dengan sejarah matematika, siswa akan mendapatkan pengetahuan tentang bagaimana dan mengapa konsep matematika terus berkembang sepanjang waktu. *Ketiga*, dengan sejarah matematika, akan dapat meningkatkan ketertarikan siswa dalam mempelajari matematika.

Ketiga fungsi tersebut akan berjalan dengan optimum apabila guru dapat meletakkan dengan benar peristiwa-peristiwa dalam sejarah terkait dengan konsep matematika yang sedang dipelajari dalam aktivitas pembelajaran. Pengaitan sejarah dalam aktivitas pembelajaran merupakan integrasi sejarah matematika ke dalam praktik pembelajaran. Caranya dengan menunjukkan langkah-langkah krusial dalam membangun berbagai konsep matematika. Dengan cara ini, tidak hanya dapat memberikan penghargaan pada para ilmuwan terdahulu akan hadirnya ide-ide serta konsep matematika dan perkembangannya pada masa lalu. Tak kalah penting, dapat menginspirasi guru untuk menciptakan serangkaian aktivitas pembelajaran dengan tujuan yang spesifik, yakni mendapatkan esensi atau pokok pemahaman matematika siswa.

Guna mengoptimalkan sejarah dalam pembelajaran matematika, seorang guru perlu mengetahui dan menerapkan tahapan-tahapan pembelajaran yang sesuai. Tahap tersebut adalah: mengetahui sumber sejarah; memilih topik sejarah yang sesuai; menganalisis kebutuhan kelas; merencanakan aktivitas kelas, dengan mempertimbangkan arti, tujuan, dan dasar aktivitas; melaksanakan proyek yang telah direncanakan; dan mengevaluasi hasil pelaksanaan proyek. Keenam langkah itu harus diperhatikan dengan baik agar pembelajaran bisa berjalan dengan baik.

Banyak cara yang dapat dilakukan guru guna melibatkan sejarah matematika dalam pembelajaran. Tergantung pada gaya mengajar, keyakinan, dan pilihan topik sejarah yang ingin dimunculkan. Pelibatan sejarah matematika dalam pembelajaran matematika dapat dilakukan melalui dua cara, yaitu sebagai anekdot dan konteks materi.

Sebagai anekdot, sejarah matematika bukan diartikan sebagai suatu bahan belajar yang dapat direndahkan seenaknya atau dijadikan bahan tertawaan sebagaimana anekdot pada umumnya. Akan tetapi sebagai media yang dapat menambah ketertarikan siswa dalam mempelajari matematika. Sebagai konteks materi, sejarah matematika dapat direpresentasikan melalui urutan penemuan suatu konsep kuno sebelum munculnya konsep modern dalam menyelesaikan suatu permasalahan matematika.

Pernyataan di atas kemudian dipertegas oleh Fried, yakni ada dua strategi penempatan sejarah matematika dalam suatu pembelajaran, yaitu strategi tambahan (*the strategy of addition*) dan strategi akomodasi (*the strategy of accommodation*). Sebagai strategi tambahan, sejarah matematika tidak dijadikan sebagai bahan utama materi ajar. Namun, dijadikan pendukung dalam pembelajaran matematika dalam bentuk cerita lucu (anekdot), biografi, dan lain sebagainya. Penggunaan strategi tambahan ini dapat dilakukan sebagai motivasi awal sebelum memasuki materi atau sekedar sebagai pengetahuan baru bagi siswa mengenai penemu suatu konsep.

Strategi akomodasi merupakan suatu strategi yang menjadikan sejarah sebagai bahan utama materi pembelajaran. Dengan kata lain, strategi akomodasi merupakan bentuk organisir dari materi pembelajaran berdasarkan urutan skema sejarah. Konsep atau ide matematika ditunjukkan secara hirarkis berdasarkan urutan perkembangannya. Melalui identifikasi perkembangan suatu konsep yang sama dalam sistem representasi yang berbeda, siswa akan dapat mencapai tingkat pemahamannya yang lebih mendalam.

1.4 Metode Kajian

Buku ini merupakan hasil penelitian kajian pustaka (*library research*). Dalam studi seperti ini, dikaji secara kritis pengetahuan, gagasan, atau temuan yang terdapat di dalam tubuh literatur, serta merumuskan kontribusi teoritis dan metodologisnya untuk topik tertentu. Sumber data berupa dokumen sekunder yang didapatkan dari buku-buku, jurnal ilmiah, laporan penelitian, situs internet dan lainnya yang relevan dengan sejarah matematika sebelum masehi, abad pertengahan dan abad modern.

Pemilihan literatur didasarkan pada empat aspek, yaitu: (1) Bukti (*provenance*): bagaimana aspek kredensial penulis dan apakah argumen penulis didukung oleh bukti; (2) Objektivitas (*objectivity*): apakah sudut pandang penulis objektif atau justru memihak; (3) Derajat keyakinan (*persuasiveness*): apakah penulis termasuk dalam golongan orang yang dapat diyakini atau dipercaya; dan (4) Nilai kontributif (*value*): apakah argumen penulis meyakinkan, serta memberikan kontribusi secara signifikan dalam memahami hal tertentu.

Hasil ringkasan yang telah terkumpul, selanjutnya dilakukan pemilahan dengan cara: (1) mengorganisasi literatur yang di-*review*. Tahap dalam mengorganisasi literatur adalah mencari simpulan dari literatur dengan membaca abstrak, beberapa paragraf pendahuluan, dan kesimpulannya, serta mengelompokkan literatur berdasarkan kategori-kategori tertentu; (2) menyatukan hasil organisasi literatur menjadi suatu ringkasan agar menjadi satu kesatuan yang padu, dengan mencari keterkaitan antar literatur; dan (3) mengidentifikasi isu-isu kontroversi dalam literatur. Isu kontroversi yang dimaksud adalah isu yang dianggap sangat penting untuk dikupas atau dianalisis.

1.5 Sebaiknya Anda Tahu...

Siapakah Bangsa Mesopotamia itu?

Definisi siapa bangsa Mesopotamia, tidak mudah karena beberapa sejarawan tidak sepakat tentang bagaimana membedakan bangsa

Mesopotamia dengan budaya dan kelompok etnis lain. Pada kebanyakan teks, nama "Mesopotamia," mengacu pada wilayah yang dihuni oleh bangsa Sumeria, Akadia, Persia, dan sebagainya. Mereka juga disebut sebagai Bangsa Babilonia (dari kata Babilon), yang merupakan pusat dari banyak kerajaan sekitarnya yang menduduki dataran subur antara Sungai Tigris dan Eufrat.

Bangsa Sumeria merupakan sebuah pusat peradaban yang berkembang sebelum tahun 3500 M. Peradaban ini tidak hanya memiliki sistem perhitungan dan penulisan, tetapi mereka juga memiliki sistem irigasi pendukung yang maju, dan sistem hukum. Sekitar tahun 2300 SM, bangsa Akkadia menginvasi wilayah ini, yang selanjutnya muncul sebagai kebudayaan yang dominan. Mereka memiliki bahasa sendiri dan bahkan menggunakan sistem kuneiform dari bangsa Sumeria untuk menyebarkan tradisi mereka pada kebudayaan yang mereka invasi. Pada tahun 2150 SM, bangsa Sumeria memberontak dan menggulingkan bangsa Akkadia.

Namun bangsa Sumeria tidak dapat mempertahankan wilayahnya dalam waktu lama. Pada tahun 2000 SM, kerajaan mereka runtuh dan hancur oleh serangan bangsa Amori dan bangsa Elam. Ketika bangsa Sumeria lenyap, mereka digantikan oleh bangsa Asiria-Babilonia, yang akhirnya mendirikan ibu kota mereka di Babilon. Selanjutnya, kebudayaan Babilonia terus berkembang setidaknya hingga ditaklukkan oleh bangsa Persia pada tahun 539 SM.

-oo0oo-

BAB 2

SEJARAH BILANGAN

Al-khawarizmi merupakan seorang ilmuwan muslim yang ahli dalam bidang matematika. Memiliki nama lengkap Abu Ja'far Muhammad bin Musa al-Khawarizmi. Lahir pada tahun 780 M di Khawarizmi, sebuah kota kecil di pinggiran sungai Oxus, Uzbekistan. Dipanggil Khawarizmi untuk menunjukkan kota kelahirannya. Al-Khawarizmi berjasa atas penemuannya dalam bidang aljabar. Pada masa itu aljabar menggunakan angka-angka Arab. Angka Arab (1,2,3,4,5,6,7,8, 9) merupakan angka yang kita gunakan saat ini. Mulanya angka Arab berasal dari India, kemudian diperkenalkan kepada bangsa Arab. Sayangnya sistem bilangan ini belum memiliki angka nol. Selanjutnya pada tahun 830 M, Al-khawarizmi melengkapi angka Arab tersebut dengan angka nol (dalam bahasa Arab Sifr) dan menyimbolkan dengan sebuah lingkaran kecil (0). Angka nol ini sangat berguna dalam mengembangkan penemuannya dalam bidang aljabar. Dan kegunaan angka nol bisa dirasakan manfaatnya hingga kini.

Mengenal Al-Khawarizmi

Semua aspek kehidupan tidak bisa dilepaskan dari angka. Dari pagi hingga malam, dari benda mikroskopis hingga makroskopis, dari kelahiran hingga kematian, angka bertebaran di hadapan manusia, melintas batas. Tidak mengenal jenis kelamin, suku, budaya ataupun agama. Semuanya sepakat dan saling mengerti satu sama lainnya apabila dihadapkan pada angka (angka merupakan simbol dari bilangan). Bahkan manusia sendiri-baik disadari ataupun tidak- disuguhi dengan deretan angka-angka yang tergambar mulai dari nomor kartu identitas, nomor telpon, nomor wajib

pajak, dan lain sebagainya yang saling berbeda satu sama lainnya. Lalu kapan sebenarnya angka-angka yang kita kenal dan dipergunakan hingga kini mulai ada?



Sumber: Swetz, F.J. (1994). *Learning Activities from the History of Mathematics*. Portland: J. Weston Walch, Publisher

Gambar 2.1 *Al-Khawarizmi*


Berdasarkan catatan sejarah, perkembangan angka berbeda-beda antar bangsa, bergantung pada kemajuan budaya padabangsa itu sendiri. Kadang merupakan hasil adopsi dan adaptasi dari simbol bilangan bangsa lainnya. Hasil interaksi antar budaya mempengaruhi perkembangan suatu sistem bilangan suatu bangsa.

Sayangnya penggunaan sistem bilangan tidak dapat diketahui secara pasti kapan mulai dilakukan oleh manusia. Konsep bilangan beserta perkembangannya muncul sebelum adanya pencatatan sejarah. Sehingga penulisan bilangan matematika pada zaman klasik didasarkan pada artefak-artefak sisa peninggalan bangsa-bangsa terdahulu. Penggunaan sistem bilangan sangat membantu masyarakat dalam melakukan perhitungan.

Konon, pada masa peradaban yang masih primitif, gagasan menghitung muncul untuk mencocokkan banyak binatang peliharaan dengan benda yang mewakili setiap ekor binatang. Misalnya untuk menghitung sekumpulan domba. Seekor domba diwakili oleh sebuah kerikil. Sebuah kerikil diletakkan pada sebuah wadah sebagai tanda seekor

domba telah dilepaskan di pagi hari. Kemudian pada malam hari, kerikil tersebut dipindahkan kembali sebagai tanda domba telah kembali. Begitu pula dengan perhitungan sejumlah warga yang hadir pada suatu kegiatan. Sebuah kerikil akan mewakili setiap orang yang hadir. Hal ini muncul sebagai tahap awal perkembangan suatu budaya dalam menyebutkan bilangan dengan sebuah benda.

Pada peradaban primitif yang lain, terdapat suatu bangsa yang hanya mengenal satu atau dua bilangan dalam kehidupannya. Sehingga untuk menyebut bilangan tiga akan disebut dengan istilah "satu-dua" atau untuk menyebut bilangan empat maka disebut dengan istilah "dua-dua". Ketika peradaban manusia mulai muncul dan mulai dapat menulis, mereka mulai menyimbolkan bilangan dengan gambar atau huruf tertentu. Serangkaian simbol-simbol untuk menyatakan bilangan disebut dengan sistem numerasi.

Dalam perkembangan sejarahnya, sistem numerasi dapat dibedakan menjadi dua, yaitu sistem gambar dan sistem huruf. Sistem gambar digunakan untuk menyatakan simbol suatu bilangan yang diwakili dengan suatu objek tertentu. Misalnya, simbol bilangan yang digunakan oleh masyarakat zaman batu adalah sistem Tallis. Sistem Tallis disimbolkan dengan pengulangan garis vertikal dan garis horizontal. Simbol seperti ini  menunjukkan simbol angka lima. Selanjutnya, muncullah simbol-simbol bilangan yang sangat beragam untuk menuliskan lambang suatu bilangan. Beberapa peradaban yang menggunakan sistem ini diantaranya adalah bangsa Babilonia, bangsa Mesir, bangsa Cina, dan bangsa Maya.

Sementara itu, sistem huruf atau *alphabetis* merupakan praktik numerasi yang dinyatakan dalam simbol urut alphabet pada setiap bilangan. Sistem ini memiliki ketentuan huruf pertama melambangkan angka 1, huruf kedua melambangkan angka 2, huruf kesepuluh melambangkan angka 10, huruf ke-sebelas melambangkan angka 20 dan seterusnya. Beberapa peradaban yang menggunakan sistem *alphabetis* dalam menyatakan simbol suatu bilangan adalah bangsa Yunani, Romawi, India dan Arab.

Berikut diuraikan satu per-satu peradaban yang menggunakan sistem gambar. Mulai dari bangsa Babilonia, bangsa Mesir, bangsa Cina, hingga bangsa Maya.

2.1 Sistem Bilangan Bangsa Babilonia

Kerajaan Babilonia yang terletak di kawasan Sungai Tigris dan Eufrat merupakan kerajaan pertama yang menggunakan simbolisasi bilangan. Simbolisasi bilangan Babilonia menggunakan sistem bilangan basis 60 atau seksa gesimal yang dicampur dengan basis 10. Penggunaan sistem seksa gesimal masih terasa hingga saat ini dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya 1 jam terdiri dari 60 menit, 1 menit terdiri dari 60 detik, dan besar satu putaran lingkaran adalah 360 (60×6) derajat. Basis 10 digunakan karena bilangan 1 sampai 59 dibentuk dari simbol "satuan" dan simbol "puluhan" yang ditempatkan menjadi satu kesatuan. Sistem *sexadesimal* juga digunakan dalam pecahan. Misalnya $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{3}$ dinyatakan dengan 30 dan 20. Tentunya kita harus mengingat bahwa setiap bilangan berpenyebut 60.

Sistem bilangan seksa gesimal sudah mengenal nilai tempat dan mulai digunakan sekitar tahun 2000 SM. Berikut ini simbol yang digunakan dalam sistem bilangan bangsa Babilonia.

Sistem bilangan Babilonia di atas masih belum paripurna dan memiliki kelemahan, yaitu belum mengenal lambang nol. Baru beberapa abad kemudian sekitar abad ke-2 SM, bangsa Babilonia mulai menggunakan angka nol yang dilambangkan dengan spasi. Bangsa Babilonia menggunakan tanah liat untuk menulis bilangan dengan menggunakan alat tulis yang dikenal dengan istilah *stylus*. Kemudian lempengan tanah liat ini diperkeras dengan cara dibakar atau dijemur dibawah sinar matahari.

1		11		21		31		41		51	
2		12		22		32		42		52	
3		13		23		33		43		53	
4		14		24		34		44		54	
5		15		25		35		45		55	
6		16		26		36		46		56	
7		17		27		37		47		57	
8		18		28		38		48		58	
9		19		29		39		49		59	
10		20		30		40		50			

Sumber: <http://www.kompasiana.com>

Gambar 2.2 Simbol Bilangan Bangsa Babilonia

2.2 Sistem Bilangan Bangsa Mesir

Bangsa Mesir kuno telah mengenal tulisan dan sistem bilangan yang dikenal dengan sistem *hieroglyph*. Tulisan ini biasanya diukir pada sebuah batu yang berbentuk gambar-gambar kecil untuk menyatakan sebuah kata dan angka. Sistem *hieroglyph* telah digunakan bangsa Mesir kuno sejak tahun 2.850 SM. Sistem bilangan bangsa Mesir kuno menggunakan basis 10. Berikut ini simbol-simbol yang digunakan bangsa Mesir kuno.

1	10	100	1000	10000	100000	10 ⁶

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numerals.htm

Gambar 2.3 Simbol Bilangan Hieroglyph Mesir Kuno

Melengkapi gambar di atas, simbol satuan dilambangkan dengan tongkat. Sehingga untuk menuliskan bilangan satuan dapat ditulis sebanyak apapun sesuai bilangan yang dikehendaki. Berikut ini simbol satuan dalam sistem *hieroglyph*.

I	1
II	2
III	3
IIII	4
IIIII	5
IIIIII	6
IIIIIII	7
IIIIIIII	8
IIIIIIIII	9

Sumber: Talib Hashim Hasan. "Perkembangan Sistem Bilangan Pada Masa Sebelum Islam". Jurnal Kaunia Vol. 1. No. 2. 2005.

Gambar 2.4 Simbol Bilangan Hieroglyph untuk 1-9

Simbol bilangan Mesir kuno pada Gambar 2.3, menunjukkan bahwa bangsa Mesir kuno memiliki simbol terpisah untuk satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, ratus ribuan dan jutaan. Misalkan untuk menulis bilangan puluhan seperti angka 17 maka dibutuhkan delapan simbol, yaitu satu simbol untuk puluhan dan tujuh simbol untuk satuan. Sehingga bila ditulis dalam sistem bilangan *hieroglyph* adalah \cap IIIIII. Begitu pula untuk penulisan angka 52 dalam sistem bilangan *hieroglyph*, terdapat tujuh simbol, yaitu lima simbol untuk puluhan dan dua simbol untuk satuan. Sehingga simbol bilangan *hieroglyph* untuk angka 52 adalah $\cap\cap\cap\cap\cap$ II.

Sebagaimana bilangan Babilonia yang masih belum paripurna pada simbolisasi nol, sistem bilangan Mesir kuno juga memiliki kekurangan pada masalah penempatan. Tepatnya tidak memperhatikan penempatan. Masing-masing simbol bisa ditulis berulang-ulang sesuai bilangan yang

dikehendaki. Namun tidak boleh lebih dari sembilan kali pengulangan. Misalkan untuk menuliskan bilangan tujuh puluh atau tujuh ratus, maka simbol 10 atau 100 ditulis sebanyak tujuh kali.

Penulisan bilangan dengan sistem *hieroglyph* ditulis dengan leluasa dapat dimulai dari kiri ke kanan, kanan ke kiri, atau dari atas ke bawah maupun sebaliknya. Misalkan untuk menuliskan bilangan 276 dapat ditulis dengan dua simbol untuk "ratusan", tujuh simbol untuk "puluhan", dan enam simbol untuk "satuan", sehingga simbol yang dibutuhkan ada lima belas simbol dan dapat ditulis sebagai berikut.



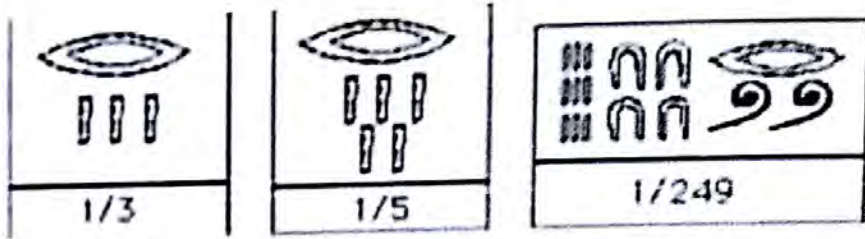
Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numerals.htm

Gambar 2.5 Bilangan 276 dalam Sistem Hieroglyph

Operasi penjumlahan dalam sistem *hieroglyph* dilakukan dengan mengelompokkan semua simbol-simbol, tetapi suatu simbol yang mencapai sepuluh kali diganti dengan simbol yang memiliki nilai lebih besar. Misalkan penjumlahan 8 dengan 5 dapat ditulis sebagai berikut.

$$\text{IIIIIIII} + \text{IIIII} = \text{XIII}$$

Bangsa Mesir kuno juga sudah mengenal bilangan pecahan, meskipun hanya terbatas pada pecahan satuan, yaitu pecahan dalam bentuk $\frac{1}{n}$ di mana n adalah bilangan bulat. Simbol yang digunakan menyerupai gambar "mulut" yang berarti bagian dan diletakkan di atas bilangan penyebutnya. Berikut ini contoh penulisan bilangan pecahan dalam sistem *hieroglyph*.



Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numerals.htm

Gambar 2.6 Penulisan Bilangan Pecahan dalam Sistem Hieroglyph

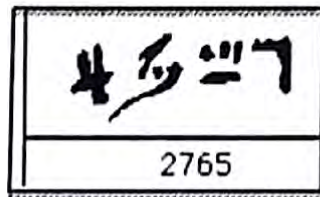
Perkembangan peradaban bilangan ini terus berlanjut. Pada tahun 1800 SM bangsa Mesir kuno mulai menggunakan daun papyrus sebagai media tulis. Selain mengembangkan media tulis, bangsa Mesir kuno juga mengembangkan sistem numerasi baru yang dikenal dengan sistem *hieratic*, berbeda dengan sistem *hieroglyph*. Bila dicermati sistem *hieratic* telah mengalami simplifikasi dari sistem sebelumnya. Pada sistem ini simbol bilangan ditulis lebih sederhana dan tidak memerlukan pengulangan. Berikut ini simbol-simbol bilangan dalam sistem *hieratic*.

1	10	100	1000
II	20	200	2000
III	30	300	3000
—	40	400	4000
∩	50	500	5000
⌒	60	600	6000
⌒	70	700	7000
=	80	800	8000
∩	90	900	9000

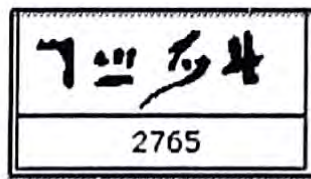
Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numerals.html

Gambar 2.7 Simbol-simbol Bilangan dalam Sistem Hieratic

Penulisan bilangan dengan sistem *hieratic* dapat dibentuk dari beberapa simbol. Misalkan untuk penulisan angka 8888 hanya membutuhkan empat simbol bilangan *hieratic*. Dalam sistem *hieratic* juga tidak memperhatikan urutan posisi angka, sehingga angka dapat ditulis dalam urutan apapun. Berikut ini salah satu cara orang Mesir kuno menuliskan bilangan 2765 dalam sistem *hieratic*. Penulisan bilangan 2765 dari sebelah kiri dan kanan berturut-turut dapat ditunjukkan dengan gambar berikut.



Sedangkan penulisan bilangan 2765 dari sebelah kanan adalah:

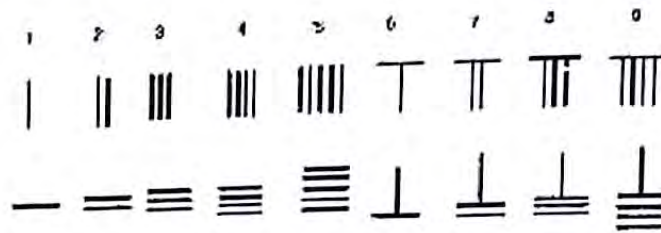


Dalam sistem bilangan bangsa Mesir kuno, operasi-operasi aljabar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian juga dapat dilakukan. Operasi penjumlahan misalnya, dilakukan dengan mudah yaitu hanya menambahkan satu simbol, namun mengganti sepuluh salinan dari satu simbol dengan satu simbol tunggal dari nilai yang lebih tinggi berikutnya. Dengan cara yang sama operasi-operasi aljabar lainnya dapat dilakukan.

2.3 Sistem Bilangan Bangsa Cina Kuno

Sistem numerasi bangsa Cina kuno mulai dikenal pada tahun 213 SM. Masyarakat Cina kuno menemukan sistem notasi posisional bilangan desimal, yang disebut *rod numeral* atau *bilangan batang*. Para matematikawan yang akan melakukan perhitungan, menggunakan batang

bambu kecil yang disusun untuk mewakili angka satu sampai sembilan. Sistem bilangan ini dinamakan bilangan *Suzhou* dalam istilah Cina.



Sumber: <https://3010tangents.wordpress.com/tag/counting-rods/>

Gambar 2.8 Sistem Bilangan Rod Numeral

Sistem bilangan *rod numeral* sudah mengenal nilai tempat. Akan tetapi, kelemahan sistem bilangan ini adalah belum mengenal simbol untuk angka nol. Sehingga untuk menyimbolkan nol, mereka memberikan ruang kosong sebagai pengganti simbol nol. Teknik ini hampir sama yang digunakan oleh bangsa Babilonia. Bahan yang digunakan dalam *rod numeral* berasal dari batang bambu, batang gading atau besi yang digunakan sebagai perangkat menghitung.

2.4 Sistem Bilangan Bangsa Maya

Suku bangsa lain yang menggunakan nilai tempat dalam sistem numerasi adalah bangsa Maya kuno. Bangsa Maya tersebar di Amerika tengah yang mencakup kawasan Belize, Guatemala, bagian barat Honduras dan El Savador, serta sebagian wilayah Meksiko. Peradaban bangsa Maya bertahan lebih dari 2.000 tahun dan mencapai peradaban tertinggi pada tahun 300 sampai 900 M.

Bangsa Maya mengembangkan sistem numerasi yang diadopsi dari tulisan *hieroglyph*. Sistem numerasi yang dikembangkan lebih kompleks. Terdiri dari dua simbol, yakni simbol titik dan garis horizontal. Berikut ini simbol dasar yang dikembangkan bangsa Maya.

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24

Sumber: <http://www.kompasiana.com>

Gambar 2.9 Simbol Bilangan Suku Maya

Untuk bilangan yang lebih dari 20, ditulis secara tegak menggunakan basis 20. Simbol bilangan yang ada di posisi paling bawah menyatakan satuan. Simbol bilangan yang berada di atas menyatakan dua puluhan (20^1), bilangan ketiga menyatakan empat ratusan ($400 = 20^2$), bilangan keempat menyatakan delapan ribuan ($8000 = 20^3$) dan seterusnya.

Selain menggunakan sistem *numerasi*, bangsa Maya juga menggunakan sistem *alphabetis*. Di bawah ini dijelaskan peradaban yang menggunakan sistem *alphabetis*, mulai bangsa Yunani, Romawi, India hingga Arab.

2.5 Sistem Bilangan Bangsa Yunani

Yunani merupakan sebuah negara kepulauan di laut Mediterania. Bangsa Yunani dianugerahkan Allah SWT sebagai bangsa yang teoretikus dan kritis dalam menggali ilmu pengetahuan. Bangsa Yunani kuno telah mengenal tulisan dan sistem numerasi. Meskipun sistem numerasi yang mereka kembangkan merupakan hasil adopsi sistem numerasi bangsa Mesir. Selanjutnya dikembangkan dan diubah oleh bangsa Yunani dengan

menggunakan huruf-huruf alphabet. Sehingga sistem numerasi bangsa Yunani dikenal sebagai sistem *Alphabetic*.

Sebelum sistem *Alphabetic* dikembangkan oleh bangsa Yunani, mereka telah mengenal sistem numerasi yang disebut dengan sistem *Attic*. Sistem *Attic* mulai berkembang sekitar tahun 600 SM dan sering disebut dengan istilah sistem *acrophonic*. *Acrophonic* maksudnya bahwa simbol bilangan tersebut berasal dari huruf pertama nama bilangan tersebut. Terdapat lima simbol bilangan dalam sistem *Acrophonic* sebagai pengganti angka 1, 5, 10, 100, 1000 dan 10000.

Γ	Δ	Η	Χ	Μ
Pente	Deka	Hekaton	Khilioi	Murioi
Πεντε	Δεκα	Ηεκατον	Χιλιοι	Μυριοι
5	10	100	1000	10000

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Greek_numbers.html

Gambar 2.10 Simbol Bilangan Attic atau Acrophonic

Angka 1 dalam sistem *Acrophonic* berupa garis lurus 'I'. Selanjutnya untuk bilangan yang lain ditulis dari kombinasi simbol-simbol tersebut. Berikut ini simbol yang digunakan untuk menulis angka 1 sampai 10 dalam sistem *acrophonic*.

				Γ	Γ	Γ	Γ	Γ	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Greek_numbers.html

Gambar 2.11 Simbol Bilangan Acrophonic 1 Sampai 10

Perkembangan selanjutnya, simbol bilangan *acrophonic* diperoleh dari penggabungan simbol 5 dengan simbol untuk 10, 100, 1000, dan 10000 sehingga membentuk bilangan 50, 500, 5000, dan 50000. Berikut ini adalah hasil penggabungan simbol-simbol tersebut.

Δ	P^{A}	H	P^{A}	X	P^{A}	M	P^{M}
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Greek_numbers.html

Gambar 2.12 Kombinasi Bilangan Acrophonic

Peradaban numerasi bangsa Yunani terus mengalami perkembangan dan penyempurnaan hingga pada tahun 500 SM. Sistem bilangan *Attic* diganti dengan sistem *Alphabetic*. Dalam sistem *Alphabetic*, simbol bilangan ditulis berdasarkan pada urutan awal dalam alfabet Yunani. Alfabet Yunani mempunyai 27 huruf. Berikut ini huruf alfabet Yunani.

Tabel 2.1 Huruf-huruf Alphabetic Yunani

No.	Nama	Huruf kapital	Huruf kecil
1.	Alpha	A	α
2.	Beta	B	β
3.	Gamma	Γ	γ
4.	Delta	Δ	δ
5.	Epsilon	E	ϵ
6.	Digamma	F	-
7.	Zeta	Z	ζ
8.	Eta	H	η
9.	Theta	Θ	θ
10.	Iota	I	ι
11.	Kappa	K	κ
12.	Lambda	Λ	λ
13.	Mu	M	μ
14.	Nu	N	ν
15.	Xi	Ξ	ξ

Tabel 2.1 Huruf-huruf Alphabetic Yunani (Lanjutan)

No.	Nama	Huruf kapital	Huruf kecil
16.	Omicron	O	o
17.	Pi	Π	π
18.	Koppa	K	-
19.	Rho	P	ρ
20.	Sigma	Σ	σ
21.	Tau	T	τ
22.	Upsilon	Y	υ
23.	Phi	Φ	ϕ
24.	Chi	X	χ
25.	Psi	Ψ	ψ
26.	Omega	Ω	ω
27.	Varpi	-	$\var�$

Berdasarkan simbol huruf alphabet Yunani di atas, bangsa Yunani merumuskan simbol bilangan satuan, puluhan dan ratusan. Agar membedakan antara simbol bilangan dan simbol huruf, maka bangsa Yunani memberi garis di atasnya yang menunjukkan simbol bilangan. Berikut ini simbol bilangan *alphabetic* untuk satuan, puluhan dan ratusan.

Tabel 2.2 Simbol Bilangan Satuan dalam Sistem Alphabetic

Bilangan Desimal	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Bilangan Alphabetic	α	β	γ	δ	ϵ	ζ	ζ	η	θ

Tabel 2.3 Simbol Bilangan Puluhan dalam Sistem Alphabetic

Bilangan Desimal	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Bilangan Alphabetic	ι	K	Λ	μ	v	ξ	O	π	$\var�$

Tabel 2.4 Simbol Bilangan Ratusan dalam Sistem Alphanumeric

Bilangan Desimal	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Bilangan Alphanumeric	ρ	Σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	θ

Berdasarkan beberapa simbol bilangan di atas, dapat diinterpretasikan bahwa bilangan terbesar yang mampu dibentuk dari sistem bilangan *alphanumeric* adalah 999. Untuk menyajikan bilangan yang lebih dari 999 dilakukan modifikasi atau penggabungan simbol dengan menambahkan *subscript* atau *superscript* pada simbol bilangan 1 sampai 9. Berikut ini simbol bilangan 1000 sampai 9000.

Tabel 2.5 Simbol Bilangan Ribuan dalam Sistem Alphanumeric

Bilangan Desimal	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
Bilangan Alphanumeric	α	β	γ	δ	ϵ	ζ	ζ	η	θ

2.6 Sistem Bilangan Bangsa Romawi

Sistem numerasi Romawi berkembang sekitar permulaan tahun 100 M. Asal mula bilangan Romawi belum diketahui dengan jelas. Salah satu teori menyatakan bahwa perkembangan bilangan Romawi didasarkan pada bilangan 5, yaitu V. Simbol ini berasal dari jari tangan yang direntangkan dengan ibu jari terpisah dari empat jari lainnya. Simbol bilangan Romawi masih sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari hingga saat ini. Tabel berikut merupakan lambang bilangan Romawi dan lambang bilangan yang digunakan sekarang.

Tabel 2.6 Lambang Bilangan Romawi

Lambang Bilangan Romawi	Lambang Bilangan Sekarang
I	1
V	5
X	10
L	50

Tabel 2.6 Lambang Bilangan Romawi

Lambang Bilangan Romawi	Lambang Bilangan Sekarang
C	100
D	500
M	1000

Sistem numerasi Romawi sekarang ini merupakan perkembangan prinsip penjumlahan (*adisi*) dari sistem yang lama. Prinsip penjumlahan berlaku apabila dua angka, dengan posisi angka di sebelah kanannya lebih kecil dari angka di sebelah kirinya. Dalam sistem ini juga berlaku prinsip pengurangan. Prinsip pengurangan berlaku apabila bilangan besar mendahului bilangan yang kecil. Kelemahan dari sistem numerasi ini tidak mengenal nilai tempat dan juga tidak mempunyai simbol nol.

2.7 Sistem Bilangan Bangsa India

Matematika India menonjol dalam sistem numerasi. Angka Hindu-Arab diciptakan oleh matematikawan India, dan disebut "angka Hindu". Sistem numerasi India telah digunakan di India pada tahun 300 SM, kemudian mengalami beberapa kali perubahan. Angka pertama yang digunakan bangsa India adalah angka Brahma. Angka Brahma sering ditemukan di dinding gua di daerah dekat Poona, Bombay, dan Uttar Pradesh. Berikut ini adalah angka Brahma yang digunakan oleh bangsa India.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	+	h	ॐ	ॐ	ॐ	ॐ

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Indian_numerals.html

Gambar 2.13 Angka Brahma di India

Tahap selanjutnya angka Brahma dikembangkan menjadi angka Gupta. Angka Gupta kemudian menyebar luas seiring dengan penaklukan wilayah oleh kekaisaran Gupta.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	५	६	७	८	९	३

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Indian_numerals.html

Gambar 2.14 Angka Gupta di India

Dalam perkembangannya, pada abad ke-7 M, angka Gupta dikembangkan menjadi angka Nagari atau disebut juga dengan angka Devanagari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
१	२	३	४	५	६	७	८	९	०

Sumber: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Indian_numerals.html

Gambar 2.15 Angka Nagari atau Devanagari

Sama seperti sistem bilangan yang dikembangkan oleh bangsa-bangsa lain, pada awalnya sistem bilangan India juga belum mengenal angka nol. Apabila orang India ingin menuliskan angka nol mereka memberikan tanda khusus. Tanda ini dikenal dengan istilah *kha* yang berarti kosong atau lubang yang dilambangkan dengan titik atau lingkaran.

Simbol *kha* mengalami perkembangan hingga akhirnya pada tahun 400 M, angka nol muncul untuk pertama kali. Kemudian pada tahun 628, seorang ahli astronom India Brahma Gupta menulis sistem astronominya yang terkenal dengan nama *Siddhanta*. Dalam sistem itu digunakan sembilan angka India dan nol sebagai angka kesepuluh. Dengan demikian, sistem bilangan India telah menjadi sistem bilangan yang lengkap.

2.8 Sistem Bilangan Bangsa Arab

Pada abad ke-7 Msebelum angka India dikenal oleh bangsa Arab, mereka menggunakan huruf untuk melambangkan bilangan. Sistem ini dikenal dengan nama *Huruf al-Jumal* atau dikenal juga dengan nama *Abjad*. Diambil dari empat huruf pertama yaitu: *alif*, *ba*, *jim* dan *dal*. Tabel berikut merupakan *Huruf al-Jumal* yang dipakai bangsa Arab.

Tabel 2.7 *Huruf al-Jumal dan Lambang Bilangannya*

No.	Huruf Arab	Lambang Bilangan	No.	Huruf Arab	Lambang Bilangan
1.	ا	1	15.	س	60
2.	ب	2	16.	ع	70
3.	ج	3	17.	ف	80
4.	د	4	18.	ص	90
5.	ه	5	19.	ق	100
6.	و	6	20.	ر	200
7.	ز	7	21.	ش	300
8.	ح	8	22.	ت	400
9.	ط	9	23.	ث	500
10.	ي	10	24.	خ	600
11.	ك	20	25.	ذ	700
12.	ل	30	26.	ض	800
13.	م	40	27.	ظ	900
14.	ن	50	28.	غ	1000

Sistem bilangan yang menggunakan *Huruf al-Jumal* mengalami adaptasi saat angka-angka India mulai masuk ke negara Arab. Bangsa Arab mulai mengadopsi bilangan yang telah dikembangkan oleh bangsa India sebelumnya. Pada sekitar tahun 750 M, lambang bilangan dan ide nilai tempat sudah dipakai di Baghdad dalam teks bahasa Arab.

Ilmuwan Arab yang pertama kali menulis teks berbahasa Latin tentang bilangan India adalah al-Khawarizmi melalui karyanya yang berjudul *Algoritmi de Numero Indorum*. Pada tahun 830 M, al-Khawarizmi

menjelaskan sistem dari angka India dan juga penemuan angka nol. Sehingga al-Khawarizmi dikenal sebagai penemu angka nol yang manfaatnya bisa dirasakan hingga saat ini.

Dalam buku karya Liber Abaci, dijelaskan kegunaan bilangan nol. Ia mengatakan bahwa nol dapat digunakan sebagai "Pace Holder" (penentu tempat) yang memisahkan kolom-kolom dalam gambar-gambar. Nol juga bisa digunakan untuk mewakili sebuah posisi dalam suatu skala. Dalam skala suhu misalnya, nol derajat merupakan suatu hal yang menjelaskan tentang besar suatu suhu adalah 0 derajat. Tidak berarti bahwa 0 derajat adalah tidak ada suhu.

Beberapa sejarawan juga memperkuat penggunaan pertama bilangan nol sebagai nilai tempat dalam sistem desimal dengan basis 10 berasal dari al-Khawarizmi. Dari sinilah kemudian angka India sampai ke Eropa yang kemudian dikenal dengan nama angka Hindu-Arab. Angka India ini kemudian mengalami modifikasi dan terpecah menjadi dua tipe sistem bilangan. Yang pertama berkembang dibagian Timur daerah Islam dan digunakan oleh orang Arab hingga sekarang ini. Tipe yang kedua berkembang di Barat (termasuk Andalusia, wilayah yang pernah menjadi daerah kekhalifahan Bani Abbasiyah) menjadi angka Hindu-Arab yang masih digunakan hingga saat ini. Berikut ini angka yang ditulis oleh al-Biruni pada tahun 1082 M yang berkembang di kawasan Timur dan tulisan dari al-Banna al-Marrakushi pada abad ke-14 yang berkembang di kawasan Barat.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Bentuk angka yang dipakai al-Biruni tahun 1082

Bentuk angka yang dipakai al-Banna awal abad ke-14

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Sumber: <https://wendiferdintania.wordpress.com>

Gambar 2.16 Bentuk Angka yang Dipakai oleh al-Biruni dan al-Banna

Angka Hindu-Arab kemudian masuk ke Eropa dan diperkenalkan oleh Leonardo Fibonacci. Pada akhir abad ke-12 M, ia mulai menunjukkan kekuatan penggunaan sistem bilangan Arab dan memperkenalkan angka nol (0) ke Eropa dalam karyanya yang berjudul *Liber Abaci*. Ternyata awal mula masuknya angka Hindu-Arab ke Eropa menimbulkan pertentangan, terutama dari pihak Patristik (Gereja). Mereka sangat menentang penggunaan bilangan Hindu-Arab. Meskipun demikian, lambat laun angka Hindu-Arab ini dapat diterima. Hingga akhirnya, pada tahun 1500 M, angka Hindu-Arab menjadi sistem bilangan resmi yang dipakai di Eropa.

2.2 Sebaiknya Anda Tahu...

Mengapa kita tidak bisa membagi dengan nol?

Membagi dengan nol seperti halnya dengan pepatah lama, "Anda tidak bisa mendapatkan sesuatu dari sesuatu yang tidak ada." Secara matematika juga dapat dianalogikan: Anda tidak dapat "membagi dengan sesuatu yang tidak ada." Faktanya, ketika ada suatu bilangan yang dibagi dengan nol, jawabannya selalu tidak terdefinisi.

Berikut adalah beberapa cara memandang hal itu. Ada aturan dalam aritmetika bahwa $a(b/a) = b$. Jika kita menyatakan bahwa $1/0 = 5$, maka apakah $0(1/0) = 1$? Jawabannya tidak bukan? Dengan kata lain, jika Anda membagi dengan 0, aturan tersebut tidak akan berlaku. Cara lain untuk memandang masalah "0 tidak dapat menjadi pembagi" yaitu dengan melalui perkalian: Jika $10/2 = 5$ maka kita tahu bahwa $5 \times 2 = 10$. Akan tetapi jika Anda menghitung $5/0$, itu berarti bahwa jawaban kali 0 sama dengan 5, tetapi bilangan apapun dikalikan 0 sama dengan nol. Karena tidak ada jawaban untuk dilema ini, matematikawan menyatakan tidak bisa membagi dengan nol.

BAB 3

ALJABAR DAN GEOMETRI

Nasiruddin Al-Thusi adalah seorang ilmuwan muslim yang lahir pada awal abad XIII. Ilmuwan yang dikenal sebagai pengembang segitiga ini memiliki nama lengkap Abu Ja'far Muhammad ibn Muhammad al-Hasan Nasir al-Din al-Thusi al-Muhaqqiq. Ia dilahirkan di kota Thusi pada tanggal 18 Pebruari 1201 M. Kota Thusi terletak di dekat Meshed, Persia. Sekarang sebelah Timur Laut Iran

Nasiruddin Al-Thusi dikenal sebagai seorang pemikir Islam terbesar yang mempunyai kemampuan hebat. Setelah menyelesaikan pendidikan dasar di kota kelahirannya, Al-Thusi meneruskan pendidikan formal tingkat lanjut ke Nishapur. Di tempat ini, ia bertemu dengan Muhammad Hasib, seorang guru dalam bidang matematika. Dalam masa belajarnya, ia mendapat reputasi sebagai sarjana yang berprestasi tinggi.

Pada tahun 1262, Al-Thusi membangun observatorium Maragha. Beberapa peralatan dan teknologi yang digunakan di observatorium ini cukup canggih pada zamannya dan merupakan hasil penemuannya sendiri. Selama mendedikasikan hidup dalam pengembangan ilmu pengetahuan, Al-Thusi telah menulis beragam karya. Salah satu buku dalam bidang matematika adalah *Syakhul Qitha'*. Buku ini merupakan karya ilmiah pertama yang memisahkan antara perhitungan segitiga dan astronomi. Berkat upaya Al-Thusi, ilmu hitung segitiga akhirnya naik derajat menjadi ilmu yang layak dipelajari. Al-Thusi berhasil membuat segitiga bertingkat untuk segitiga di atas bola dengan sudut yang sama. Pencapaian mengagumkan yang ditorehkannya dalam bidang matematika adalah membuat rumus sinus untuk segitiga. Dikemudian hari banyak ilmuwan barat yang mengutip karya Al-Thusi tentang segitiga.



Sumber: <https://en.wikipedia.org>

Nasiruddin Al-Thusi

3.1 Sekilas tentang Aljabar

Merujuk pada ide atau gagasan yang digunakan, perkembangan aljabar sejak pertama kali digunakan hingga sekarang dapat dikelompokkan dalam tiga tahapan. Ketiga tahapan tersebut di antaranya: (1) tahap teoritis (*rhetorical stage*). Tahapan ini ditandai dengan digunakannya bahasa sehari-hari untuk menyelesaikan permasalahan tertentu. Belum digunakannya simbol atau tanda-tanda khusus untuk mewakili hal-hal yang tidak diketahui; (2) tahap penyingkatan (*syncopated stage*), yakni sejak dikenalkannya penggunaan huruf untuk mewakili kuantitas yang belum diketahui atau digunakannya simbol berupa huruf terkait dengan pernyataan aljabar; dan (3) tahap simbolik (*symbolic stage*). Tahapan ini ditandai dengan penggunaan huruf untuk mewakili sesuatu yang diberikan, seperti kuantitas yang belum diketahui. Merupakan tahapan krusial dalam perkembangan simbolisasi aljabar, yakni aljabar simbol. Pada tahapan ini pula, dimungkinkan menyatakan aljabar sebagai alat untuk memberikan aturan-aturan berkaitan dengan relasi secara numerik.

Bila ditelusuri per-abad, aljabar diindikasikan ada pertama kali sejak munculnya peradaban di Babilonia sekitar 4000 tahun yang lalu. Pada saat itu, bangsa Babilonia mengembangkan sistem penyelesaian matematika yang cukup rumit. Melalui sistem tersebut, mereka mampu menentukan solusi untuk mencari nilai yang belum diketahui. Sebelum dikenal sistem

penggunaan simbol yang merupakan salah satu elemen permasalahan dalam aljabar, permasalahan dinyatakan dalam bentuk verbal sehingga pencarian solusi masalah tersebut menjadi kurang efektif.

Orang Babilonia memang belum mengenal simbol aljabar. Akan tetapi mereka telah menemukan bagaimana cara mencari solusi suatu permasalahan aljabar walau dalam bentuk yang masih sederhana. Pada masa ini, matematika Babilonia berakar pada dua hal: permasalahan akuntansi yang sejak awal merupakan bagian penting sistem birokrasi Dinasti Babilonia pertama dan meniru atau "*cut and paste*" geometri yang kemungkinan dikembangkan oleh para surveyor tanah. Sebab, mereka pada waktu itu ingin menggambarkan cara pembagian tanah.

Pada masa Babylonia ini, juga ditemukan banyak bukti tentang permasalahan aljabar. Para penulis Babylonia menulisnya di prasasti bebatuan sehingga peninggalannya masih ada hingga sekarang. Beberapa permasalahan yang tertulis di antaranya:

$$x^2 + x = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - x = 870$$

Metode yang digunakan para matematikawan Babilonia pada waktu itu berupa metode geometri sederhana, mirip dengan metode yang digunakan oleh al-Khawarizmi. Hal ini ditunjukkan dengan adanya penemuan beberapa naskah atau prasasti Babilonia.



Sumber: <https://www.google.co.id>

Gambar 3.1 Naskah Babilonia Tahun 13901 (SM)

Bukti keberadaan aljabar pada masa peradaban Babilonia adalah ditemukannya manuskrip tanah liat yang memuat daftar permasalahan kuadrat untuk menentukan panjang dan lebar suatu lahan yang berbentuk persegi panjang. Permasalahan kuadrat yang tertulis dalam lembaran tanah liat tersebut seluruhnya berupa kalimat, tanpa ada simbol aljabar seperti yang terdapat pada saat ini.

Selain bangsa Babilonia, bangsa Mesir, Cina dan Yunani dalam milenium pertama sebelum masehi (SM) juga telah mengenal aljabar. Di Mesir (tahun 1650 SM) ditemukan tulisan *Rhind Mathematical Papyrus* atau lebih dikenal *A'h-mose Papyrus*. Sebagai contoh permasalahan aljabar pada Papyrus tersebut: "Sebuah kuantitas (bilangan yang belum diketahui berupa variabel) ditambahkan $1/7$ dari kuantitas tersebut hasilnya berupa 19. Berapakah kuantitas itu?" Pada naskah Papyrus, jawab dari permasalahan di atas ditulis seperti berikut ini. "Pertama kali dilakukan penerkaan, yakni kuantitas yang dicari ditebak dengan angka 7. Selanjutnya 7 ditambah dengan $(1/7) \cdot 7$ didapatkan 8, ternyata tidak sama dengan 19. Akan tetapi, bila 19 dibagi dengan 8 diperoleh hasil $2 \frac{3}{8}$ dan jawaban yang benar, seharusnya diperoleh dari mengalikan 7 dengan $2 \frac{3}{8}$. Dengan demikian, jawaban yang benar adalah $16 \frac{5}{8}$." Itulah salah satu contoh cuplikan permasalahan aljabar yang ditemukan pada naskah papyrus.

Bila menengok di Cina sekitar tahun 200 SM, dapat ditemukan pula buku matematika Cina yang paling terkenal yakni sebuah buku klasik yang berisi ringkasan permasalahan-permasalahan matematika. Buku tersebut diberi judul *Jiuzhang Suanshu (Nine Chapter on the Mathematical Art)*. Seperti halnya dengan penulis-penulis Babylonia, penulis Cina juga berupaya memasukkan setiap permasalahan dengan algoritma penyelesaian yang rinci. Namun tidak didiskusikan bagaimana metode penyelesaian yang digunakan didapatkan.

Pada zaman helenistik, seorang matematikawan Yunani Diophantus disebut sebagai "bapak aljabar." Sebab, ia berhasil mengembangkan notasi aljabar dan dibukukan dalam sebuah karya berjudul *Aritmetica*. Diophantus menggunakan simbol-simbol untuk bilangan-bilangan yang

tidak diketahui dan juga mencantumkan operasi penjumlahan dan pengurangan. Dalam karyanya *Aritmetica*, ia menyelesaikan persamaan dengan beberapa variabel untuk penyelesaian integral atau persamaan yang saat ini disebut dengan persamaan Diophantine. Persamaan ini ditunjukkan dengan satu persamaan setidaknya dua variabel, seperti x dan y , dan yang penyelesaiannya harus merupakan bilangan bulat. Analisis Diophantine merupakan istilah matematika tentang cara menentukan penyelesaian bilangan bulat untuk persamaan aljabar. Hasil karya pemikirannya mengenai aljabar, dicatat dan disimpan oleh bangsa Arab.

Seiring perkembangan zaman, ilmu pengetahuan Yunani dan Hindu disatukan oleh seorang matematikawan besar muslim asal Persia bernama Mohammad ibn Musa al-Khawarizwi (780-850 M). Al-Khawarizwi dikenal sebagai ilmuwan besar dan terbaik di zamannya karena dia berani merintis dan mendobrak tradisi keilmuan dalam Islam.

Bila matematikawan Yunani Diophantus dikenal sebagai "bapak aljabar," maka matematikawan muslim al-Khawarizmi juga dikenal sebagai penemu teori aljabar. Walaupun sampai sekarang masih menjadi perdebatan, namun seorang ilmuwan bernama Rashed & Armstrong dalam karyanya *The Development of Arabic Mathematics*, menegaskan bahwa aljabar karya al-Khawarizmi memiliki perbedaan yang signifikan dibandingkan dengan karya Diophantus. Dalam pandangan ilmuwan itu, karya al-Khawarizmi dinilai jauh lebih baik dibanding karya Diophantus.

Al-Khawarizmi yang pertama kali memperkenalkan aljabar dalam suatu bentuk dasar yang dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari. Sedangkan konsep aljabar Diophantus lebih cenderung menggunakan aljabar sebagai alat bantu untuk aplikasi teori bilangan. Para sejarawan menyakini bahwa karya al-Khawarizmi merupakan buku pertama dalam sejarah di mana istilah aljabar muncul dalam konteks disiplin ilmu.

Kebetulan kata "aljabar" sendiri berasal dari istilah *al-jabr* dan *al-muqabala*. Kedua istilah tersebut tertuang dalam judul bukunya Al-kitab al-muhtasar fi hisab al-jabr w'al-muqabala. Bila membaca tulisan-tulisan al-Khawarizwi, maka akan didapatkan: "Aturan-aturan pada *al-jabr* dan *al-*

muqabala yang merujuk pada prosedur-prosedur baku penyelesaian persamaan." *Al-jabr* berarti operasi memindahkan suatu kuantitas atau bilangan dari satu ruas ke ruas lainnya dengan cara mengurangi kuantitas atau bilangan itu. Sementara itu, *al-muqabala* merujuk kepada pengurangan suku-suku positif dengan mengurangi bilangan yang sama pada kedua ruas persamaan. Sebagai contoh, mengubah $3x + 2 = 4 - 2x$ menjadi $5x + 2 = 4$ adalah contoh *al-jabr*, sedangkan mengubah $5x + 2 = 4$ menjadi $5x = 2$ merupakan contoh *al-muqabala*. Bagian pertama buku ini berisi petunjuk cara menyelesaikan persamaan kuadrat dan linier.

Karya Islam lain yang turut memberikan sumbangan terhadap perkembangan aljabar dapat dijumpai pada naskah "*The al-jabr w'al muqabala*," ditulis oleh Omar Kayyam sekitar tahun 1100 M. Omar mengatakan bahwa salah satu cabang ilmu pengetahuan yang diperlukan di dalam filsafat matematika adalah ilmu tentang *al-jabr* dan *al-muqabala*. Ilmu ini memiliki tujuan untuk menentukan hal-hal yang belum diketahui (variabel) baik secara numerik maupun geometri. Dengan kata lain, ilmu *al-jabr* pada abad ke-12 yang akhirnya berubah menjadi "aljabar," memiliki tujuan untuk menyelesaikan persamaan.

Pada abad XVI, karya Diophantus diterjemahkan ke dalam bahasa Latin dan membawa kemajuan besar dalam bidang aljabar. Selama masa *renaissance*, aljabar menjadi sesuatu hal yang terkenal di antara para ahli matematika Eropa. Pada tahun 1591 seorang matematikawan Perancis, Francois Viète dikenal sebagai bapak penemu aljabar modern meskipun beberapa karyanya berkaitan dengan tradisi matematika kuno. Viète menciptakan semacam matematika baru. Matematika baru tersebut bukan didasarkan pada visualisasi geometri tradisional, melainkan lebih dinyatakan dalam rumus abstrak dan aturan umum. Dalam menyelesaikan persamaan umum aljabar, Viète membagi aljabar menjadi cabang-cabang yang berbeda yang sebagian besar berasal dari matematikawan Yunani. Pembagian aljabar tersebut diantaranya adalah *zetetics* (menerjemahkan soal menjadi persamaan), *poristics* (membuktikan teorema melalui persamaan), dan *exegetics* (menyelesaikan persamaan).

Kontribusi Viète dalam bidang aljabar nampak pada penyebaran aljabar simbol modern. Viète adalah orang pertama yang menulis dan menyelesaikan persamaan aljabar umum dengan memperkenalkan penggunaan huruf sebagai simbol aljabar. Dalam bukunya *In Artem Analyticam Isagoge* (pengenalan seni-seni analitis), ia menggunakan huruf vokal (a, i, u, e, o) untuk mewakili angka-angka yang diketahui dan konsonan (abjad lain) untuk koefisien, yaitu angka-angka yang belum diketahui. Penggunaan huruf sebagai simbol aljabar semakin berkembang.

Kemudian pada tahun 1637, Rene Descartes memperkenalkan cara baru penggunaan huruf dalam aljabar dalam bukunya *La Geometrie*. Dalam bukunya *Discours de la Methode*, ia menggunakan huruf-huruf akhir abjad (x,y,...) untuk mewakili data yang diketahui dan huruf-huruf awal abjad (a,b,...) untuk mewakili data yang belum diketahui. Karya Descartes memungkinkan untuk mengubah aljabar karya sarjana Yunani ke dalam sebuah bentuk yang dapat dipahami dan digunakan hingga sekarang ini.

Viète dan Descartes menghasilkan sebuah sistem aljabar yang sangat fleksibel sehingga dapat digunakan untuk memecahkan banyak persoalan. Para ahli matematika mulai menggunakan sistem ini untuk menganalisis aspek-aspek dalam dunia fisik. Pada awal abad ke-17, kebanyakan dari mereka mengubah perhatiannya pada penganalisaan kuantitas fisik yang berubah secara konstan. Para ahli matematika juga telah menemukan bentuk-bentuk aljabar baru yang digunakan dengan cara-cara yang berbeda. Salah satu teknik baru yang paling signifikan dikemukakan oleh seorang ahli matematika Inggris George Boole. Ia mengembangkan gagasan tentang logika simbolik, yaitu penggunaan simbol untuk mewakili prinsip-prinsip logika. Dalam karyanya, *An Investigation of the Laws of Thought* (penyelidikan hukum pemikiran) dijelaskan tentang masalah-masalah logika yang rumit dengan menggunakan sekelompok simbol.

George Boole merupakan orang pertama yang mengembangkan jenis logika dengan menunjukkan manipulasi pernyataan logika aljabar. Logika aljabar ini menunjukkan apakah sebuah pernyataan itu benar atau tidak benar, dan menunjukkan bagaimana sebuah pernyataan dapat disederhanakan menjadi bentuk yang lebih nyaman tanpa mengubah

maknanya secara keseluruhan. Saat ini cara pandang berdasarkan logika ini disebut aljabar Boole.

Pada abad ke-18, Leonar Euler menulis buku *Introduction to Algebra*. Buku ini berupaya merangkum semua karya yang memiliki kaitan dengan penyelesaian persamaan yang telah dikerjakan oleh para ilmuwan sebelumnya. Teks pertama yang ditanganinya adalah sifat-sifat bilangan bulat, pecahan, bilangan rasional, dan bilangan kompleks. Selanjutnya, dikaji tentang berbagai manipulasi aljabar yang berupaya memasukan materi cara mengubah suatu pecahan ke dalam deret tak hingga serta penjabaran akar polinomial. Euler juga berjasa dalam mengenalkan bilangan imajiner (seperti $\sqrt{-4}$) sebagai bilangan yang ada di dalam imajinasi manusia, akan tetapi memiliki sifat bahwa bila dikalikan dengan dirinya sendiri hasilnya berupa bilangan negatif (contoh, $(\sqrt{-4}) \cdot (\sqrt{-4}) = -4$). Selain itu, Euler mengatakan bahwa \sqrt{a} bila dikalikan dengan \sqrt{b} akan diperoleh hasil \sqrt{ab} . Bilangan $\sqrt{6}$ merupakan hasil perkalian dari $\sqrt{-2}$ dengan $\sqrt{-3}$, serta $-\sqrt{4}$ atau -2 merupakan hasil kali dari $\sqrt{-1}$ dengan $\sqrt{-4}$.

Pada abad ke-20, aljabar terus berkembang dan melibatkan sistem manipulasi beserta aturan-aturan. Sebagai contoh, Maclane dan Birkhoff (1987) menulis: "Aljabar dipandang sebagai seni dalam memanipulasi penjumlahan, perkalian dan perpangkatan bilangan. Aturan-aturan pada manipulasi ini dikenakan pada semua bilangan, dan banyak manipulasi dikenakan pada huruf sebagai representasi dari bilangan. Selanjutnya tampak bahwa aturan yang sama dapat dikenakan pada berbagai jenis bilangan yang berbeda dan aturan-aturan itu bahkan dapat dikenakan pada benda yang tidak hanya bilangan semata. Suatu sistem aljabar merupakan sekumpulan unsur-unsur dari sebarang jenis fungsi seperti operasi penjumlahan dan perkalian."

Beberapa pelajaran penting dapat dipetik dari sejarah perkembangan aljabar tersebut. Salah satunya, kehadiran aljabar sejak semula dipergunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang berasal dari dunia

nyata maupun masalah-masalah yang muncul dari investigasi matematika. Artinya, aljabar tidak muncul dari sesuatu yang abstrak. Bentuk aljabar yang ada saat ini lebih sebagai alat yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan masalah dibandingkan sebagai aturan-aturan aritmatika. Oleh karena itu, mempertimbangkan unsur pemecahan masalah akan sangat berguna pada tahap pembelajaran aljabar.

3.2 Perkembangan Geometri

Seperti halnya aljabar, geometri juga telah dikembangkan oleh beberapa kebudayaan selama ribuan tahun, dalam bentuk dasar dan sederhana. Dari catatan sejarah, geometri lahir dan berkembang jauh sebelum masehi untuk memenuhi keperluan masyarakat.

Bangsa Babilonia adalah perintis kajian geometri. Representasi dari peradaban tertua di dunia ini, wilayah Babilonia sejak dulu dihuni oleh penduduk yang banyak beranak pinak. Begitu pesat perkembangan penduduk di wilayah ini mengakibatkan tempat tinggal yang mereka huni tak mampu lagi memuat anggota keluarga. Sehingga mau tidak mau masyarakat Babilonia harus membangun tempat perlindungan yang cukup besar agar bisa menampung sanak famili mereka yang cukup banyak.

Pinggiran Sungai Tigris dan Eufrat yang membentang di wilayah Babilonia –semula berupa rawa menjadi tempat yang nyaman. Supaya kawasan itu dapat dibangun rumah sebagai tempat tinggal, bangsa Babilonia membangun kanal-kanal untuk mengeringkan dataran lunak dan menampung luapan air sungai. Untuk pembangunan kanal, mereka perlu mencermati kondisi tanah. Dari situasi ini, akhirnya salah satu cabang ilmu matematika tentang pengukuran muncul, yaitu geometri.

Peradaban manusia yang hampir seusang Babilonia adalah peradaban bangsa Mesir. Kawasan sungai Nil yang melimpah airnya, terkadang mengakibatkan luberan pada musim penghujan. Akibatnya banyak tanah warga yang tergenang luapan sungai Nil. Luberan air dari sungai Nil menggenangi tanah masyarakat Mesir dan menghanyutkan markah batas kepemilikan tanah. Oleh karena itu, mereka harus mengukur

lagi tanah masing-masing pemilik untuk memperoleh bagian yang sah. Dari peristiwa ini, geometri lahir sebagai alat bantu untuk memecahkan masalah pengukuran tanah setelah meluapnya air di sungai Nil.

Pada waktu itu para penduduk Mesir mengukur tanah mereka menggunakan prinsip luas dari bangun datar. Seseorang ditunjuk untuk dilatih terlebih dahulu secara khusus yang disebut tukang perentang tali. Orang ini bertugas menetapkan batas baru pada tanah kepemilikan setiap warga. Mereka menggunakan simpul-simpul tali dengan jarak yang sama, sehingga mereka dapat mengukur panjang yang sesuai dan membagi tanah dalam bentuk segitiga, segiempat, persegi panjang dan trapesium. Hasil perhitungan bangsa Mesir ini sangat berguna sebagai dasar pembagian tanah dan penarikan pajak atas kepemilikan tanah.

Selain berfungsi sebagai media pembagian tanah, geometri juga digunakan oleh bangsa Mesir untuk pembangunan monumen besar. Juga berbagai macam piramida di kawasan tersebut. Piramida-piramida bangsa Mesir kuno adalah contoh paling kuat dari konfigurasi yang menggunakan bentuk-bentuk geometri. Bangunan batu besar ini terdiri dari dinding segitiga miring yang diatur di atas dasar persegi. Dengan demikian, apa yang dilakukan oleh bangsa Mesir menjadi bukti bahwa geometri telah berkembang dan banyak digunakan oleh masyarakat meskipun dalam bentuk yang masih sederhana.

Terma geometri sendiri berasal dari bahasa Yunani, yaitu *geo* yang berarti tanah dan *metria* yang berarti ukuran. Sehingga geometri adalah ilmu tentang ukuran tanah. Namun perkembangan geometri semakin luas. Tak hanya berkuat pada tanah saja. Geometri juga merambah pada bahasan ukuran bentuk dan kedudukan benda-benda.

Selain Babilonia dan Mesir sebagai bangsa perintis Geometri, Yunani juga pelopor ilmu ini. Bangsa Yunani dikenal memiliki pengetahuan luas tentang geometri. Mereka tidak hanya mengoreksi aturan-aturan bangsa Mesir yang salah, akan tetapi juga mempelajari berbagai bentuk geometri agar dapat menyusun hubungan-hubungannya. Dalam hal ini, bangsa Yunani membuat kemajuan penting dalam bidang geometri.

Kemajuan bangsa Yunani tampak pada pemikiran para ilmuwan dan banyak melahirkan geometriawan besar. Dalam hal ini bangsa Yunani sangat berperan mengubah pendekatan dan sifat seluruh bidang geometri. Seorang filsuf sekaligus matematikawan Yunani bernama Thales diperkirakan pertama kali yang memperkenalkan geometri. Ulasan tentang Thales, disajikan pada bab 5 "Menenal Thales."

Sebagai seorang saudagar, Thales sering melakukan ekspedisi ke berbagai tempat. Thales menggunakan pengetahuan geometri untuk memecahkan masalah seperti cara mengetahui tinggi piramida dan jarak bahtera dari garis pantai. Thales mengamati bahwa jika dua garis lurus memotong satu sama lain, maka sudut yang bertolak belakang selalu sama, tidak menjadi persoalan sudut apapun yang dibentuk oleh garis itu. Thales menemukan bahwa setiap garis tengah yang ditarik dari dalam sebuah lingkaran akan membagi lingkaran menjadi dua buah setengah lingkaran.

Geometriawan Yunani lainnya yaitu Hipokrates (470-410 SM). Ia merupakan orang pertama yang menyajikan pendekatan aksiomatik terhadap geometri. Hipokrates mempelajari unsur-unsur geometri hampir seabad sebelum Euclid. Tokoh penting lainnya yaitu Eudoxus (408-355 SM) yang mempelajari perbandingan geometri dan teori-teori untuk menentukan luas dan volume. Apollonius (262-190 SM) disebut juga sebagai geometriawan besar yang pertama kali menyebut dan menyajikan teori tentang bagian bentuk kerucut dalam bukunya *Conics*. Apollonius juga memperkenalkan istilah "parabola", "elips" dan "hiperbola."

Bangsa Yunani kemudian mengubah geometri dari pengkajian hubungan antara bagian bentuk-bentuk yang ada dalam ruang dengan menemukan dan membuktikan fakta-fakta tentang bentuk-bentuk geometri. Fakta-fakta tersebut dikemukakan dalam sebuah pernyataan-pernyataan yang dikenal dengan dalil atau teorema.

Geometri juga dipandang sebagai sistem deduktif. Dalam suatu sistem deduktif harus ada pengertian-pengertian pangkal, yaitu unsur-unsur dan relasi-relasi yang tidak terdefiniskan. Definisi memungkinkan memberi nama pada unsur-unsur yang berhubungan dengan pengertian

pangkal. Selain itu juga harus ada relasi-relasi atau pernyataan yang dapat diterima tanpa bukti yang dinamakan sebagai dalil maupun aksioma atau postulat. Relasi-relasi lain yang dapat dibuktikan dengan menggunakan definisi atau postulat dinamakan teorema. Proses untuk mendapatkan atau menurunkan suatu dalil dari himpunan pengertian pangkal, definisi dan postulat inilah yang disebut deduksi.

Geometri pertama yang muncul sebagai sistem deduktif adalah geometri Euclid. Geometri Euclid merupakan sistem geometri yang dikembangkan oleh Euclid yang tertulis dalam buku terkenal berjudul *Elements* (atau *Stoicheion* dalam bahasa Yunani). Dalam karyanya sebanyak 13 jilid di dalamnya menjelaskan tentang definisi, postulat, aksioma dan dalil. Buku *Elements* berisi metode matematika yang terdiri dari aksioma-aksioma yang secara intuitif bernilai benar. Karya ini disebut sebagai buku teks geometri paling definitif di dunia.

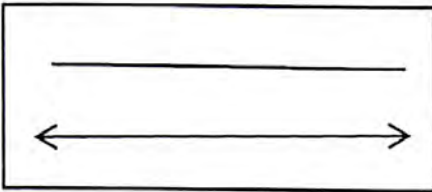
Pembahasan geometri dalam buku *Elements* dimulai dengan pembahasan bangun dua dimensi, selanjutnya berkembang pada bangun tiga dimensi dan berkembang ke dimensi-dimensi berikutnya. Enam buku pertama menguraikan tentang geometri bidang datar, dengan bagian-bagian segitiga, persegi panjang, lingkaran, poligon, perbandingan dan keserupaan (*similarities*). Buku berikutnya membahas tentang teori bilangan, geometri ruang, piramida dan ruang platonik (*Platonic solid*). Buku *Element* telah digunakan selama berabad-abad di Eropa Barat. Bahkan geometri yang dipelajari oleh siswa di sekolah menengah atas saat ini sebagian besar masih didasarkan pada gagasan-gagasan Euclid.

Geometri Euclid mendasarkan pandangan pada lima postulat, yaitu:

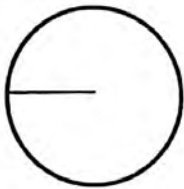
1. Jika ada dua buah titik, maka dapat dibuat satu garis lurus



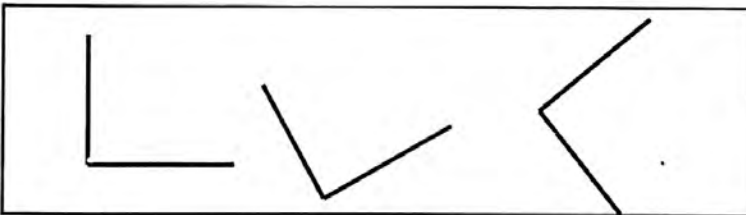
2. Jika ada sebuah garis lurus dengan panjang tertentu, maka dapat diperpanjang sampai tak hingga



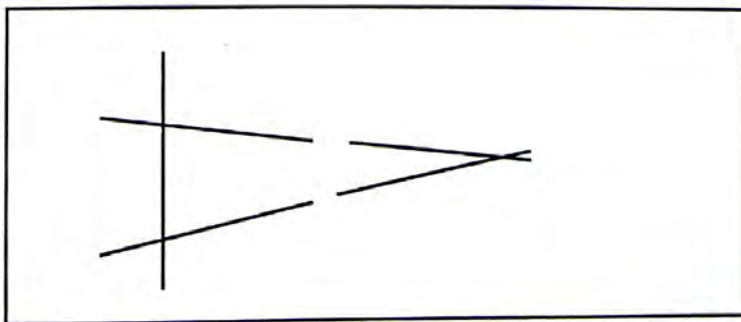
3. Jika terdapat sebuah garis lurus dengan panjang tertentu, dapat dibuat sebuah lingkaran dengan panjang jari-jari sepanjang garis lurus itu, dengan satu ujung pada pusat lingkaran dan satu ujung pada lingkaran luarnya.



4. Semua sudut siku-siku adalah kongruen (sama dan sebangun)



5. Jika terdapat dua garis memotong garis ketiga dengan besar sudut dalam yang lebih kecil dari dua sudut siku-siku, maka apabila diperpanjang kedua garis tersebut akan saling berpotongan di suatu titik. Postulat ini dikenal dengan postulat paralel.



Para matematikawan pada awalnya sepakat dengan postulat terakhir ini yang bisa berasal dari empat postulat pertama. Akan tetapi saat ini mereka beranggapan bahwa postulat kelima terpisah dengan postulat yang

lain. Dan pada akhirnya memunculkan geometri non-Euclid yang dimungkinkan dengan mengubah asumsi postulat kelima tersebut.

Geometri Euclid mampu bergeming hampir 2000 tahun. Sebelumnya, kata Euclid tidak pernah ditambahkan pada *terma* geometri, karena belum ada penemuan pada jenis geometri lain yang dipahami secara lengkap. Baru pada abad XIX, istilah geometri non-Euclid muncul dengan ditemukannya teori relativitas oleh Albert Einstein yang kemudian berdampak pada geometri Euclid berlaku pada ruang dengan gravitasi rendah. Artinya, sebuah cahaya biasanya bergerak menurut garis lurus pada medan gravitasi rendah. Namun pada medan gravitasi yang besar secara geometri, seberkas cahaya bisa melengkung. Hal ini mirip dengan hukum fisika klasik Newton, yang diketahui berlaku pada kecepatan gerak benda yang jauh lebih kecil dibandingkan dengan kecepatan cahaya sejak teori relativitas ditemukan.

Geometri non-Euclid mulai dikembangkan pada abad XIX oleh Nikolai Ivanovich Lobachevski dan Bernhard Riemann. Geometri non-Euclid muncul ketika pengetahuan manusia bertambah luas dan ahli matematika menyadari bahwa banyak gejala alam yang sesungguhnya tidaklah seperti apa yang dibayangkan, di mana jarak adalah garis lurus yang direntangkan dengan menggunakan benang atau penggaris, melainkan menurut garis cahaya. Karena garis cahaya ini biasanya bukan merupakan garis lurus, maka geometri yang sesuai untuk keadaan seperti termasuk dalam salah satu jenis geometri non-Euclid.

Geometri hiperbolik dan geometri elips adalah geometri alternatif non-Euclid. Geometri hiperbolik pertama kali dijelaskan oleh matematikawan Rusia, Nikolai Ivanovich Lobachevski pada tahun 1826. Geometri hiperbolik memungkinkan dua garis sejajar melalui titik eksternal tertentu. Geometri ini mengkaji dua sinar yang memanjang keluar di kedua arah dari suatu titik P , dan tidak bertemu dengan garis L . Dengan demikian, sinar garis tersebut dianggap sejajar dengan L . Hal ini juga membantu membuktikan teorema bahwa jumlah sudut segitiga kurang dari 180 derajat. Teori tersebut hiperbolik karena garis pada bidang

hiperbolik memiliki dua titik pada ketakterhinggaan, hal ini sama dengan menggambarkan hiperbola yang memiliki dua asimptot.

Pada tahun 1854, geometri elips dikembangkan oleh matematikawan Jerman Bernhard Riemann. Geometri elips tidak memiliki kesejajaran terhadap garis L tertentu melalui sebuah titik P eksternal. Selain itu, jumlah sudut sebuah segitiga lebih dari 180 derajat. Secara umum geometri elips disebut eliptik karena sebuah garis pada bidang geometri ini tidak memiliki titik pada ketakterhinggaan (di mana garis sejajar mungkin memotongnya), yang sama dengan sebuah elips yang tidak memiliki asimptot. Geometri elips juga sering disebut dengan geometri Riemann, karena dianggap sebagai orang yang telah mengembangkan gagasan lebih jauh. Dalam geometri ini, Riemann menyajikan ruang eliptik dan merampatkan karya matematikawan Jerman Karl Friedrich Gauss dalam geometri diferensial. Kajian Riemann akhirnya menyediakan perangkat dasar pada teori umum relativitas pernyataan matematika. Jenis geometri non-Euclid yang dinyatakan oleh Riemann membuat Albert Einstein bisa menghasilkan teori relativitas, yang menunjukkan bahwa geometri ruang sebenarnya bisa jadi merupakan geometri non-Euclid..

3.3 Sebaiknya Anda Tahu...

Kapan tanda sama dengan diperkenalkan dalam matematika?

Tanda sama dengan ($=$) pertama kali digunakan oleh matematikawan Inggris Robert Recorde (1510 - 1558 M) dalam bukunya *The Whetstone of Witte* (1557). Sebuah buku aljabar pertama yang diperkenalkan di Inggris. Di dalam bukunya, ia memberikan alasan penggunaan dua ruas garis sejajar "...because noe 2 thynges can be moare equalle (sic)..." ("karena tidak ada dua hal yang sama selain garis sejajar").

Namun, tanda tersebut bukanlah simbol yang dapat dikenal dengan cepat secara luas, karena para matematikawan masih menggunakan berbagai simbol untuk sama dengan. Termasuk dua garis vertikal sejajar (||) yang digunakan Wilhelm Xylander pada 1557, dan ae atau oe (keduanya berasal dari kata *aequalis*, bahasa Latin yang berarti "sama

dengan"). Akan tetapi, tanda "sama dengan" sering digunakan dalam penulisan sebuah persamaan hingga tahun 1600 M, ketika simbol *Recorde* menjadi lebih bisa diterima, dan terus berlanjut hingga saat ini.

-oo0oo-

BAB 4

ARITMETIKA DAN TRIGONOMETRI

Al-Karkhi memiliki nama lengkap Abu Bakar Muhammad Ibnu Husein Al-Hasib al-Karkhi. Ia dilahirkan di Karh, sebuah daerah pinggiran di kota Baghdad. Ia memiliki latar belakang keluarga yang intelektual. Oleh sebab itu, sejak kecil Al-Karkhi sudah akrab dengan dunia ilmu pengetahuan. Ambisinya terhadap ilmu hitung begitu kuat. Hingga Al-Karkhi dikenal sebagai seorang penulis paling orisinil di bidang aritmetika.



Sumber: Murtiningsih, W. (2008). Biografi para ilmuwan muslim. Yogyakarta: Pustaka Insan Madani.

Gambar 4.1 Al-Karkhi

Al-Karkhi memberikan kontribusi besar dalam bidang aritmetika. Ia menemukan sejumlah lambang dan rumus untuk bilangan pangkat satu, pangkat dua, dan pangkat tiga dari bilangan asli. Selain itu, ia juga menghasilkan risalah tentang aljabar. Meskipun pengaruh Diophantus masih tampak dalam karyanya tersebut, namun risalah aljabar karya Al-Karkhi dianggap sebagai karya agung di kalangan para matematikawan muslim.

Selain dalam bidang aritmetika, Al-Karkhi juga menghasilkan karya dalam bidang aljabar dan geometri yang merupakan perluasan dari bidang aritmetika. Ia menciptakan sejumlah teori bilangan dan teori penyelesaian persamaan kuadrat. Al-Karkhi juga dikenal sebagai ahli matematika yang mengembangkan ilmu bilangan dan deret. Di kemudian hari, sejumlah karya Al-Karkhi dikembangkan oleh matematikawan Persia, Ghyatuddin Jamsyid Al-Kashi, sebelum kemudian dikembangkan oleh Isaac Newton. Al-Karkhi tutup usia pada tahun 1029 dengan meninggalkan sumbangan yang begitu besar dalam bidang matematika.

4.1 Aritmetika

Aritmetika merupakan cabang tertua dan paling mendasar dari matematika. Berasal dari bahasa Yunani, dari kata *arithmos* yang berarti angka. Ruang lingkup kajiannya meliputi operasi-operasi dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Keempat operasi tersebut yang paling lazim digunakan, utamanya untuk keperluan sehari-hari seperti berdagang dan bertransaksi. Sedangkan, operasi aritmetika yang lebih kompleks adalah perpangkatan, akar kuadrat, persentase, pemfaktoran hingga logaritma. Operasi ini digunakan untuk kegiatan-kegiatan, seperti merancang bangunan dan alat-alat lain.

Operasi penjumlahan merupakan sebuah operasi yang mencakup minimal dua angka yang disebut *tinambah*. Menghasilkan bilangan ketiga yang disebut jumlah. Beberapa bilangan asli dijumlahkan yang dimulai dari bilangan pertama dan menghitung sebanyak jumlah bilangan kedua. Kebalikan dari penjumlahan adalah pengurangan. Dalam bentuk yang paling sederhana, pada dasarnya bilangan bulat dikurangi dengan bilangan bulat lainnya akan mendapatkan hasil yang tersisa dalam operasi tersebut.

Perkalian dalam bahasa Inggris disebut *multiply* yang berasal dari bahasa Latin *multi* yang berarti banyak dan *ply* yang berarti lipat. Dalam operasi perkalian dua bilangan asli dikalikan sehingga menghasilkan hasil kali. Dikatakan pula perkalian sebenarnya merupakan sebuah bentuk penjumlahan yang berulang. Misalnya 3 dikali 4 (seringkali dibaca "3 kali 4"), dihitung dengan menjumlahkan 3 secara berulang sebanyak 4 kali, ditulis: $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$. Sementara itu, pembagian dari kata dasar 'bagi.' Berasal dari bahasa Latin *vidua* yang merujuk pada pemisahan kata *divide* atau bagi dan *di*. Sebuah awalan yang merupakan kebalikan dari *dis* yang berarti terpisah atau jauh.

Sebagaimana asal-usul geometri, silsilah tertua aritmetika berasal dari peradaban kuno Mesir dan Babilonia yang telah menggunakan operasi aritmetika lebih dari 20.000 tahun SM. Di Mesir sebagai bagian dari benua tandus Afrika, sebagian besar datarannya dipenuhi gurun pasir yang terbentang hingga ratusan mil. Dataran ini dianugerahi Sungai Nil sebagai pusat peradaban negeri ini. Sebagian besar masyarakat Mesir tinggal di lembah sungai Nil, yang acapkali membawa bencana tahunan manakala terguyur hujan lebat dalam waktu yang lama, sehingga dapat mengakibatkan banjir. Air Sungai Nil akan meluap ketika banjir melanda.

Keadaan ini ternyata membawa berkah tersendiri bagi penduduk Mesir yang bermukim di sepanjang tepian sungai Nil. Mereka belajar dari pengalaman pahit. Dengan penuh kreasi serta kepiawaian yang tinggi, mereka membangun lingkungan menjadi suatu peradaban yang menakjubkan. Hal tersebut menggugah minat para peneliti untuk menyingkap peninggalan-peninggalan dan karya agung bangsa Mesir.

Dalam bidang ilmu pengetahuan, bangsa Mesir lebih menyukai praktek daripada teori. Pada aritmetika, bangsa Mesir telah mengenal empat dasar perhitungan yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Namun masih dipergunakan pada level yang sangat sederhana.

Pengetahuan aritmetika terus mengalami penyempurnaan seiring dengan kebutuhan manusia dalam memenuhi kehidupannya. Mereka menghitung benda, memperkirakan musim dan memenuhi waktu tanam. Hingga akhirnya, masyarakat mengenal sistem penomoran atau sistem penulisan angka untuk memudahkan dalam perhitungan.

Bangsa Babilonia dianggap sebagai bangsa pertama yang mengenal sistem penomoran. Mereka menggunakan bilangan pokok 60 (*sexagesimal*) dalam metode perhitungannya. Dari sinilah akhirnya diturunkan penggunaan bilangan 60 detik untuk 1 menit, 60 menit untuk 1 jam, dan $360 (60 \times 6)$ derajat untuk satu putaran lingkaran. Juga penggunaan detik dan menit pada busur lingkaran yang melambangkan pecahan derajat. Orang Babilonia memiliki sistem nilai-tempat yang sejati, yaitu angka-angka yang dituliskan di lajur paling kiri menyatakan nilai yang lebih besar, seperti di dalam sistem desimal.

Perkembangan berikutnya, para arkeolog juga menemukan bukti bentuk sederhana aritmetika dalam sistem perhitungan di suatu masyarakat kuno tertentu. Berbagai macam cara dipakai oleh peradaban awal untuk mencatat jumlah suatu benda. Misalkan, sekitar tahun 35.000-20.000 SM ditemukan beberapa tulang yang memiliki takik-takik dengan jarak yang teratur. Takik ini juga ditemukan pada batang kayu, tumpukan kerang, ranting, dan kerikil. Ini menunjukkan bahwa masyarakat kuno tertentu telah memiliki suatu cara visual yang sederhana untuk menjumlah dan mengurangi sesuatu. Sebagian besar tulang yang bertanda ini ditemukan di Eropa Barat (Republik Ciska dan Perancis).

Selain takik, sebelum mengenal simbol bilangan seperti yang ada sekarang, masyarakat menggunakan suatu benda untuk mewakili konsep satu, dua, atau banyak. Mereka menggunakan benda-benda alam. Misalnya 1 diwakili dengan matahari atau bulan; 2 diwakili dengan mata atau sayap burung; semanggi untuk mewakili angka 3 dan kaki rubah untuk mewakili angka 4.

Peradaban kuno tertentu juga menggunakan gerakan tubuh untuk mewakili suatu bilangan. Misalkan, budaya Bugilia (negara bekas jajahan

Inggris) menggunakan gerakan tubuh untuk mewakili bilangan. Jari kelingking tangan kiri untuk mewakili angka 1; jari manis untuk mewakili angka 2; jari tengah untuk mewakili angka 3; jari telunjuk untuk mewakili angka 4; jempol untuk mewakili angka 5; 6 ditunjukkan dengan pergelangan tangan; 7 ditunjukkan dengan siku; 8 ditunjukkan dengan bahu; 9 ditunjukkan dengan dada kiri dan 10 ditunjukkan dengan dada kanan.

Seiring dengan semakin berkembangnya pengetahuan manusia dan meningkatnya interaksi sosial masyarakat, kemudian dikenal sistem bilangan yang digunakan hingga saat ini—sering disebut dengan bilangan Hindu-Arab. Rangkaian angka dalam sistem bilangan Hindu-Arab memiliki sepuluh digit dalam sebuah sistem desimal nilai tempat. Sistem bilangan ini merupakan sistem bilangan yang paling mudah untuk menyatakan sebuah sistem desimal, yaitu sistem bilangan yang berdasarkan pada puluhan.

Angka Hindu-Arab berasal dari India sekitar 300 SM, menyebar ke wilayah barat hingga Spanyol dan Afrika Utara melalui jalur perdagangan. Beberapa abad kemudian angka ini menyebar ke Eropa. Akan tetapi keberadaan angka Hindu-Arab di Eropa pada awalnya belum menyebar ke seluruh wilayah Eropa karena sebagian besar mereka masih menggunakan angka Romawi. Memasuki abad XVI, bangsa Eropa kemudian menyebarkan penggunaan angka Hindu-Arab.

Pada 1489, muncul pertama kali simbol plus (+) dan minus (-) dalam sebuah buku *Mercantile Arithmetic* yang ditulis oleh Johann Widmann. Pada awalnya, Johann Widmann menggunakan tanda + dan - untuk menunjukkan kelebihan dan kekurangan dalam urusan bisnis. Namun, beberapa sejarawan juga meyakini bahwa orang pertama yang diketahui telah menggunakan simbol + dan - dalam penulisan pernyataan aljabar hidup pada awal tahun 1500-an. Dia adalah matematikawan Belanda, Vander Hoecke. Simbol tersebut akhirnya lazim digunakan di Inggris ketika buku karya Robert Recorde yang berjudul *The Whetstone of Witte* diterbitkan.

Selanjutnya, simbol perkalian berasal dari abad XVII. Simbol ini mengalami beberapa kali perubahan sebelum menjadi simbol yang kita kenal saat ini. Pada tahun 1686, matematikawan Jerman Gottfried Wilhelm Leibniz menggunakan simbol \cap untuk perkalian. Kemudian matematikawan Inggris Thomas Harriot menggunakan titik untuk menunjuk simbol perkalian dalam bukunya *Artis Analyticae Praxis*. Buku tersebut terbit setelah ia meninggal pada tahun 1631. Pada tahun yang sama, matematikawan Inggris William Oughtred menggunakan simbol " \times " untuk perkalian dalam bukunya, *Clavis Mathematicae*. Saat ini, dikenal simbol perkalian yang paling umum yaitu \times , \cdot , dan $*$.

Operasi yang lain dalam matematika adalah pembagian, di mana pembagian ini merupakan konsep yang relatif baru.. Konsep ini baru diajarkan di tingkat universitas setelah abad XVI. Orang pertama yang mengajukan pembagian kepada masyarakat adalah matematikawan Jerman Adam Ries dalam karyanya berjudul *Rechenung nach der lenge, auff den Linihen vdn (sic) Feder* atau yang sering disingkat dengan *Practica*. Pada tahun 1659, matematikawan Swiss Johann Heinrich Rahn memperkenalkan simbol pembagian \div yang disebut *obelus* dalam bukunya yang berjudul *Teutsche Algebra*. Kemudian pada tahun 1668, buku Rahn diterjemahkan ke dalam bahasa Inggris, dengan mendapat tambahan dari matematikawan Inggris John Pell, simbol pembagian dipertahankan.

Pada sebuah operasi bilangan selalu disertakan pula tanda sama dengan ($=$). Dalam istilah aritmetika baku, tanda sama dengan ($=$) merupakan simbol yang menunjukkan dua besaran yang bernilai sama. Tanda sama dengan ($=$) merupakan penemuan yang relatif baru dalam matematika. Tanda ini pertama kali digunakan oleh matematikawan Inggris Robert Recorde (1510-1558) dalam bukunya *The Whetstone of Witte* pada tahun 1557. Namun simbol sama dengan ($=$) tidak langsung diterima dan digunakan oleh matematikawan, karena mereka masih menggunakan berbagai simbol untuk sama dengan, termasuk dua garis vertikal sejajar (II) yang digunakan oleh Wilhelm Xylander pada tahun 1575. Kemudian sekitar tahun 1600 simbol sama dengan ($=$) bisa diterima dan digunakan hingga saat ini.

Adam Ries (1492-1559) merupakan orang pertama yang menulis beberapa buku yang mengajarkan metode aritmetika dengan media sempoa dan metode India. Dalam karya-karyanya juga memaparkan dasar-dasar penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Tidak seperti kebanyakan buku pada masanya yang ditulis dalam bahasa Latin dan hanya dapat dipahami oleh matematikawan, ilmuwan, dan insinyur. Buku Ries ditulis dalam bahasa Jerman dan karena itu dapat dipahami oleh masyarakat umum. Buku-buku tersebut juga dicetak sehingga tersedia bagi khalayak yang lebih luas. Pada tahun 1729, buku aritmetika berbahasa Inggris pertama diterbitkan di Amerika Utara oleh Isaac Greenwood. Buku ini berjudul *Arithmetic, Vulgar and Decimal* (vulgar merujuk pada masyarakat awam).

4.2 Trigonometri

Istilah trigonometri berasal dari bahasa Yunani, yaitu *trigonom* yang berarti tiga sudut dan *metro* yang berarti mengukur. Jadi trigonometri merupakan sebuah cabang ilmu matematika yang berhubungan dengan sudut segitiga dan fungsi trigonometri seperti sinus, cosinus, dan tangen. Kata trigonometri ini muncul pertama kali sebagai judul sebuah buku "Trigonometria (pengukuran segitiga)." Buku ini ditulis oleh matematikawan Silesia, Bartholomeo Pitiscus pada tahun 1595. Ia memperkenalkan kata ini ke dalam bahasa Inggris dan Perancis.

Pada awal perkembangannya, banyak yang beranggapan bahwa trigonometri tidak dapat diaplikasikan dalam kehidupan nyata. Dugaan ini terbantahkan oleh peran trigonometri yang tidak bisa diabaikan. Aplikasi trigonometri banyak memudahkan para arsitek untuk membuat bangunan-bangunan tinggi yang kokoh dan megah. Dengan kata lain, ilmu ini banyak membantu para arsitek. Andaikan mereka tidak menguasai trigonometri, maka tidak akan ada bangunan yang kokoh dan megah hingga kini.

Trigonometri merupakan salah satu cabang matematika yang menjadi warisan peradaban kuno. Dalam catatan sejarah, banyak masyarakat pada masa peradaban kuno ingin melakukan perhitungan

jarak antar tempat, mengamati bintang-bintang di angkasa dan sebagainya. Akan tetapi keterbatasan pengetahuan yang mereka miliki menjadi kendala yang sering muncul.

Seiring dengan perkembangan zaman, akhirnya trigonometri menjadi salah satu cabang geometri terpenting yang dikembangkan bangsa Yunani. Misalkan, Thales menggunakan prinsip kesebangunan segitiga untuk menentukan tinggi piramida. Thales membandingkan panjang bayangan piramida dengan panjang bayangan *Gnomon* (alat sederhana sebagai penunjuk waktu dengan memanfaatkan pancaran sinar matahari pada tiang vertikal. Melalui properti sederhana ini, Thales dapat membandingkan panjang bayangan piramida dengan panjang bayangan yang dibentuk oleh *Gnomon* pada tiang yang ditancapkan ke tanah.

Pada awal tahun 600 SM, trigonometri berkembang ketika para ilmuwan mempelajari panjang bayangan berbagai benda seperti piramida. Selanjutnya berkembang pada kebutuhan pelayaran hingga muncul dalam dunia astronomi untuk menghitung posisi bintang dan planet. Mereka juga menggunakan segitiga untuk mengetahui jarak yang tidak dapat diukur secara langsung. Teknik pengukuran inilah kemudian melahirkan ilmu trigonometri yang dipelajari saat ini.

Kajian mengenai perbandingan sisi segitiga sebenarnya sudah dilakukan bangsa Mesir dan Babilonia. Akan tetapi perbandingan-perbandingan yang kita gunakan saat ini pertama kali diterapkan pada tahun 150 SM oleh Hipparchus. Ketika itu, Hipparchus sangat takjub akan astronomi sehingga menuntunnya untuk mempelajari sifat-sifat bola sebagai simbol bentuk bumi. Pekerjaannya ini merupakan upaya paling awal dari manusia untuk memikirkan rumusan trigonometri.

Ia membuat tabel trigonometri dalam penelitiannya tentang astronomi. Melalui gagasannya yang cemerlang, Hipparchus memprakarsai sejumlah perbandingan segitiga yang bisa digunakan untuk menghitung panjang sisi-sisi sebuah segitiga dari sudut-sudutnya. Perbandingan-perbandingan yang ia hasilkan sekarang kita kenal dengan "perbandingan-perbandingan trigonometri."

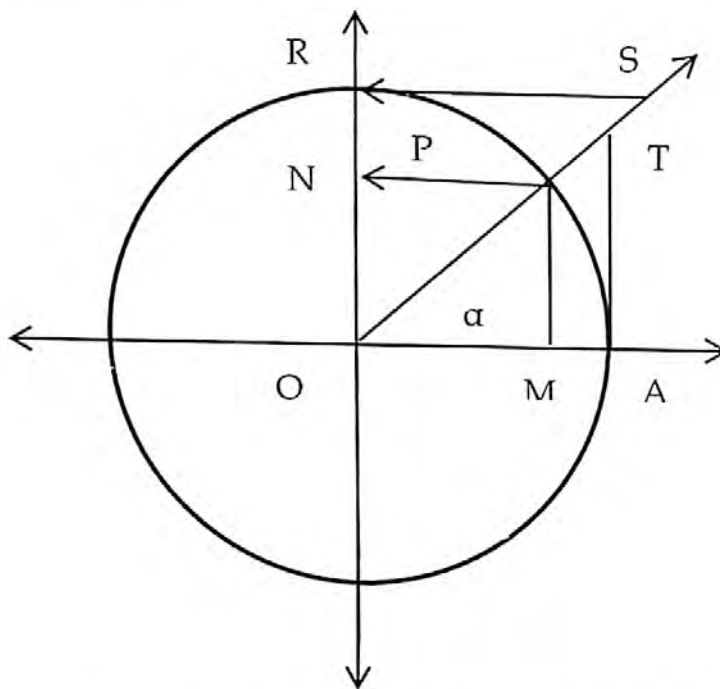
Hipparchus mencatat kurang lebih ada 1.080 posisi bintang di angkasa dan juga melakukan penelitian tentang pergerakan bulan relatif terhadap bumi. Ia mengembangkan bentuk awal dari trigonometri untuk membantunya dalam meneliti alur-alur bintang di angkasa. Tidak hanya pada pekerjaan astronomi yang berfokus pada benda-benda angkasa saja, Hipparchus juga menerapkan trigonometri untuk menentukan letak kota-kota di muka bumi dengan menggunakan garis lintang dan garis bujur. Sistem ini masih digunakan hingga sekarang. Karya Hipparchus selanjutnya direkonstruksi oleh Ptolemy. Dia mewarisi ide-ide brilian dari Hipparchus, dan mengembangkan perhitungan trigonometri lebih lanjut.

Sejarah trigonometri tahap berikutnya berlangsung di India. Matematikawan India menjadi perintis perhitungan variabel aljabar yang digunakan untuk menghitung astronomi dan trigonometri. Di antara pakar trigonometri India adalah Lagadha (nama lengkapnya Vedanga Jyotisa of Lagadha). Ia seorang matematikawan India yang menggunakan geometri dan trigonometri untuk perhitungan astronomi. Surya Siddhanta juga memperkenalkan fungsi trigonometri *sinus*, *cosines*, dan *invers sinus*. Pada abad ke-5 M, ditemukan teori setengah tali busur, yang jauh lebih mudah penggunaannya untuk astronomi. Pendekatan teori setengah tali busur hampir sama dengan pengkonstruksian fungsi *sinus* saat ini.

Pada tahun 940 M, karya Hipparchus dikembangkan oleh sarjana Arab bernama Al-Buzjani. Seperti halnya bangsa Yunani, bangsa Arab menggunakan trigonometri untuk mengamati peredaran bulan, planet-planet dan bintang-bintang. Al-Buzjani melakukan penelitian terhadap segitiga untuk mengembangkan trigonometri. Ia juga memasukkan rumus bayangan dan rumus segitiga untuk memecahkan sejumlah masalah matematika. Al-Buzjani juga menemukan rumus untuk menghitung sudut segitiga dan segiempat dengan memakai rumus segitiga bayangan. Dikemudian hari, rumus segitiga ini terbukti sangat berperan dalam perkembangan ilmu astronomi modern.

Al-Buzjani memberikan pengaruh yang besar dalam pengembangan trigonometri. Ia berjasa mengenalkan sejumlah unsur trigonometri, seperti *tangen cotangen*, *secan* dan *cosecan*. Dalam sebuah buku geometrinya, Al-

Buzjani membahas beberapa konstruksi geometris dalam bahasa Persia. Buku tersebut begitu menarik perhatian para ahli matematika dunia untuk dipelajari. Teorema yang dikemukakan oleh Al-Buzjani memperkuat penemuan trigonometri dari India. Al-Buzjani yang pertama kali memperkenalkan diagram enam fungsi trigonometri yang tampak pada gambar berikut.



PM = *Sinus*
 NP = *Cosinus*
 TA = *Tangent*
 RS = *Cotangent*
 OT = *Secant*
 OS = *Cosecant*

Matematikawan Arab lainnya yang dikenal sebagai pionir dalam bidang trigonometri adalah Al-Battani. Ia sangat berpengaruh dalam bidang ilmu ukur segitiga (trigonometri) dan hitungan sudut pada lingkaran. Al-Battani adalah orang pertama yang memasukkan istilah *sinus* dan *cosinus* dalam ilmu pasti. Ia menggunakan istilah tersebut untuk mengganti kebiasaan orang Yunani yang sebelumnya menggunakan *hypotenuse* (*proyektum* atau sisi miring) untuk perhitungan pada rumus pythagoras segitiga siku-siku. Bahkan, ia juga membuat daftar tabel *sin* dan *cos*. Al-Battani mendapat gelar "Ptolemy Baghdad" karena ia telah mengkaji dan mengembangkan apa yang dikaji oleh Claudius Ptolemy. Ia mampu menyusun hubungan antara ketinggian (*altitude*) matahari, tinggi suatu menara dan bayangannya.

Pada abad ke XIV seorang astronom dan matematikawan Jerman, Regiomontanus menyusun sebuah buku berjudul "*De Triangulis Omnimodis*." Matematikawan Jerman, Georg Joachim Rheticus menerbitkan buku "*Canon Doctrinae Triangulorum*." Buku ini berisi enam fungsi trigonometri dasar dan menjelaskan hubungannya dengan menggunakan segitiga siku-siku tanpa menyajikan lingkaran satuan.

Pada akhir abad XVI, Francois Viète menerapkan trigonometri ke dalam teori bilangan dan aljabar bahkan juga ia terapkan pada geometri. Selain itu, ia juga menerapkan trigonometri untuk menyelesaikan permasalahan pangkat tiga. Trigonometri mempunyai banyak penerapan praktis, misalnya dalam teknik bangunan, arsitektur dan ilmu pelayaran. Trigonometri dipakai dalam situasi di mana pengukuran tidak bisa dilakukan secara nyata. Misalnya, mencari jarak ke suatu bintang atau ke suatu pulau di lautan.

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, menjadikan banyaknya pengaplikasian Trigonometri. Utamanya dalam astronomi. Ilmu ini sangat membantu untuk menghitung jarak antar bintang-bintang yang terdekat. Selain astronomi, trigonometri juga membantu dalam geografi. Trigonometri biasanya digunakan untuk menghitung jarak antara titik tertentu dan juga digunakan dalam sistem navigasi satelit. Dalam bidang ilmu terapan, trigonometri juga banyak diaplikasikan untuk merencanakan konstruksi bangunan. Ide sederhana ini terus dikembangkan, dipadukan dengan disiplin keilmuan lain untuk memecahkan masalah nyata dalam berbagai bidang.

4.3 Sebaiknya Anda Tahu...

Bagaimana angka Hindu-Arab menyebar hingga ke Eropa?

Angka Hindu-Arab (sering disebut angka atau bilangan Arab) berasal dari India sebelum 300 SM. Dari sana, penggunaan angka India mengikuti lebih banyak jalur perdagangan hingga ke Spanyol dan Afrika Utara yang diambil alih orang Arab/Islam. Ini mengakibatkan penggunaan yang meluas simbol-simbol ini.

Perlu beberapa abad lagi, gagasan tersebut menyebar ke Eropa. Meskipun bangsa Spanyol menggunakan sebagian simbol Hindu-Arab sejak akhir 900-an, catatan penggunaan yang lebih luas simbol ini ada sekitar 1201 M. Matematikawan Italia Leonard (juga dikenal sebagai Fibonacci) sekitar tahun 1250 mengenalkan bilangan Hindu-Arab dalam bukunya *Liber Abaci* (Buku tentang Sempoa). Sistem bilangan ini masih sulit diterima. Sebab, di beberapa tempat, misalnya di Italia dilarang menggunakan angka lain selain angka Romawi. Pada akhir abad ke-15, sebagian besar orang di Eropa masih menggunakan sempoa dan angka Romawi.

Abad ke-16 merupakan titik balik, saat pedagang, pustakawan dan pedagang dari Eropa menyebarkan penggunaan angka Hindu-Arab. Sebab, mereka butuh waktu lebih lama untuk mencatat data menggunakan angka Romawi dibandingkan menggunakan angka Hindu-Arab. Hadirnya mesin cetak juga membantu dengan membakukan bentuk angka Hindu-Arab.

-oo0oo-

BAB 5

MATEMATIKA YUNANI

Thales lahir pada 624 SM di Miletus, sebuah kota kecil yang terletak di pantai barat Asia Kecil. Kota ini merupakan pusat perniagaan. Awalnya, ia berprofesi sebagai saudagar, sehingga ia sering melakukan ekspedisi ke luar negeri. Bahkan ia pernah berdagang ke Mesir dan Babilonia. Situasi Miletus yang makmur memungkinkan penduduknya mengisi waktu untuk berdiskusi dan berpikir tentang segala sesuatu. Begitu pula dengan Thales. Disela-sela senggangnya, ia sering memanfaatkan waktunya untuk mempelajari astronomi dan geometri. Perjalanan Thales berdagang ke Mesir dan Babilonia, sekaligus untuk mempelajari ilmu ukur dan membawanya ke Yunani.

Kontribusi Thales cukup besar bagi perkembangan matematika Yunani. Konsep geometri yang dia peroleh dari Mesir dan Babilonia, akhirnya banyak membantu memperkenalkan geometri ke Yunani. Misalnya, untuk menentukan tinggi piramida dengan cara mengukur tinggi bayangan menggunakan tongkat, menentukan jarak kapal dari garis pantai dengan cara memadankan bentuk segitiga, dan memprediksi terjadinya gerhana matahari. Berdasarkan pemikiran-pemikiran ilmiah Thales dalam bidang geometri, maka ia mengkonstruksi sebuah teorema yang dikenal dengan teorema Thales.

Ilmu yang dipelajari dan dikembangkan oleh Thales tidak ia simpan sendiri, melainkan Thales mengajarkan pada banyak muridnya, seperti Anaximander, Anaximenes, Mamercus, dan Mandryatus. Dari keempatnya, yang paling tersohor adalah Anaximander. Anaximander selanjutnya sukses mengembangkan filsafat dan ilmu pengetahuan menggantikan Thales.



Sumber: Rooney, A. (2013). *The history of mathematics*.
New York: The Rosen Publishing Group, Inc.

Gambar 5.1 *Thales*

Yunani secara etimologi berasal dari kata *Ionina*. Diambil dari salah satu suku bangsa yang sangat berpengaruh dalam sejarah Yunani. Negara ini merupakan negara kepulauan, yang terletak di laut Mediterania. Orang Yunani menyebut nama negara mereka dengan sebutan Hellas, atau Ellada dan menyebut diri mereka sebagai bangsa Hellen.

Cikal bakal perkembangan ilmu pengetahuan modern saat ini dimulai pada periode Yunani kuno. Yang paling menonjol dalam perkembangan ilmu pada masa Yunani kuno adalah filsafat. Mereka menyebut filsafat sebagai *Mother of Science* atau induk dari segala ilmu pengetahuan. Zaman Yunani kuno dipandang sebagai zaman keemasan filsafat, sebab pada masa ini orang memiliki kebebasan mengungkapkan ide-ide atau pendapatnya.

Sejak dahulu, bangsa Yunani kuno tidak mudah menerima pengalaman yang didasarkan pada pandangan dogmatis. Mereka lebih condong pada cara pandang skeptis dan cenderung untuk menumbuhkan tindakan yang senang menyelidiki segala sesuatu secara kritis hingga pada akar-akarnya. Pandangan kritis ini nantinya menjadikan Yunani tampil sebagai bangsa teoretikus yang ternama sepanjang masa. Dengan

demikian, dapat dikatakan bahwa peradaban Yunani sebagai peletak dasar matematika sebagai cara berpikir rasional.

Matematika Yunani berkembang tahun 600-300 SM di pesisir Timur Laut Tengah. Matematikawan Yunani tinggal dikota-kota yang tersebar di sekitar Laut Tengah bagian Timur, mulai dari Italia hingga ke Afrika Utara. Perbedaan domisili tersebut disatukan oleh budaya dan bahasa yang sama yaitu bahasa Yunani.

Perkembangan matematika Yunani dibagi menjadi dua periode, yaitu periode klasik dan periode helenistik. Periode klasik berlangsung sekitar abad ke-6 SM. Berpusat di kota Athena yakni sebuah kota yang kaya akan kisah patriotisme. Salah satu dari cerita tersebut adalah penduduk kota ini berhasil menghalau serangan kekaisaran Persia yang ganas. Tatkala terjadi perang Peloponesia, kekuasaan Athena berakhir karena berhasil ditaklukkan bangsa Sparta. Namun dengan kondisi yang demikian, bukan berarti perkembangan dan kajian ilmu pengetahuan juga berakhir. Beberapa penemuan penting justru terjadi pada periode ini.

Pada periode ini, matematika beralih dari fungsi praktis menjadi struktur yang koheren dengan pengetahuan deduktif. Perubahan fokus dari pemecahan masalah praktis ke pengetahuan tentang kebenaran matematis. Begitu pula perkembangan objek teori mengubah matematika ke dalam suatu disiplin ilmu.

Bangsa Yunani juga menunjukkan kepedulian terhadap struktur logis matematika. Pemikiran bangsa Yunani yang peka terhadap struktur logis matematika ini melahirkan warisan ilmu pengetahuan geometri yang hingga saat ini tidak terbantahkan, yakni geometri Euclides. Warisan geometri Euclides ini terasa manfaatnya hingga sekarang. Sebagian besar pengetahuan geometri yang diajarkan di bangku sekolah masih didasarkan pada geometri Euclides.

Satu abad kemudian (sekitar abad 5 SM), Yunani mulai memasuki Peradaban Helenistik, di bawah kepemimpinan Iskandar Agung (*The Great Alexander*). Ia berhasil menaklukkan wilayah pesisir Laut Tengah bagian Timur, Mesir, Mesopotamia, dataran tinggi Iran, Asia Tengah dan beberapa

bagian dari India. Bahasa Yunani menjadi bahasa para sarjana di dunia Helenistik. Pada periode ini, pusat pengkajian ilmu pengetahuan terpenting ditempatkan di Iskandariyah, Mesir. Tempat ini, banyak menarik sarjana dari seluruh penjuru Helenistik. Tidak hanya berasal dari Yunani dan Mesir, tetapi juga dari Yahudi, Persia, Fenisia bahkan juga India turut serta mengkaji.

Filsuf-filsuf besar Yunani yang sangat terkenal dalam proses perkembangan matematika di antaranya Thales, Pythagoras, Euclid, Plato, Aristoteles, dan Archimedes. Meskipun secara umum dapat dikatakan bahwa semua filsuf Yunani bukanlah seorang yang menguasai matematika, akan tetapi mereka ikut berperan dalam mengembangkan matematika. Karenanya, berikut diuraikan peran dari masing-masing filsuf (penyajian tidak dilakukan secara urut berdasarkan periode masa hidup dari masing-masing filsuf).

5.1 Thales

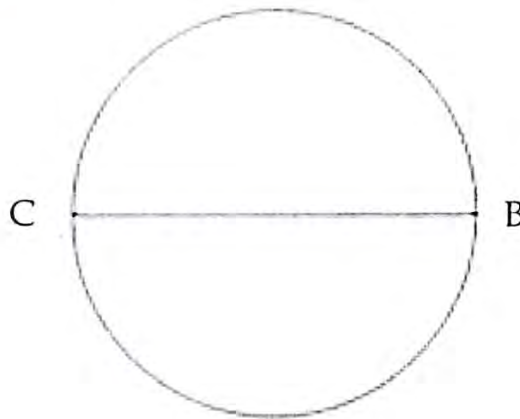
Thales adalah seorang filsuf yang dilahirkan dan meninggal di kota Miletos. Ia mengawali sejarah filsafat Barat Kuno sekitar tahun 624-546 SM. Thales adalah matematikawan serba bisa. Selain sebagai filsuf, Thales juga dikenal sebagai ahli geometri, astronomi, dan politik. Namun, Thales tidak meninggalkan bukti-bukti tertulis mengenai pemikirannya. Aristoteles adalah sumber utama mengenai ajaran Thales. Aristoteles sendiri mendapat informasi mengenai ajaran Thales dari tradisi lisan saja. Aristoteles menuliskan bahwa Thales adalah seorang filsuf yang mengemukakan air adalah prinsip dasar dari segala sesuatu.

Awalnya Thales berprofesi sebagai seorang pedagang. Profesi inilah yang membuatnya sering melakukan perjalanan jauh. Thales pernah mengunjungi Mesir dan Babylonia. Di Mesir, Thales mempelajari geometri dan membawanya ke Yunani. Dikatakan bahwa ia dapat mengukur ketinggian piramida dari bayangan dengan tongkat. Thales juga dapat mengukur jauhnya kapal di laut dari pantai. Thales menjadi terkenal setelah berhasil memprediksi terjadinya gerhana matahari pada tanggal 28

Mei tahun 585 SM. Thales dapat melakukan prediksi tersebut karena ia mempelajari catatan-catatan astronomis yang tersimpan di Babylonia sejak 747 SM.

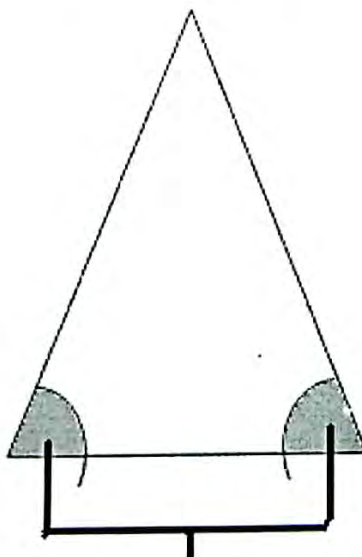
Thales juga mengemukakan beberapa proposisi yang dikenal dengan teorema Thales, yaitu:

1. Sebuah lingkaran dibagi menjadi dua bagian oleh garis yang disebut dengan diameter.



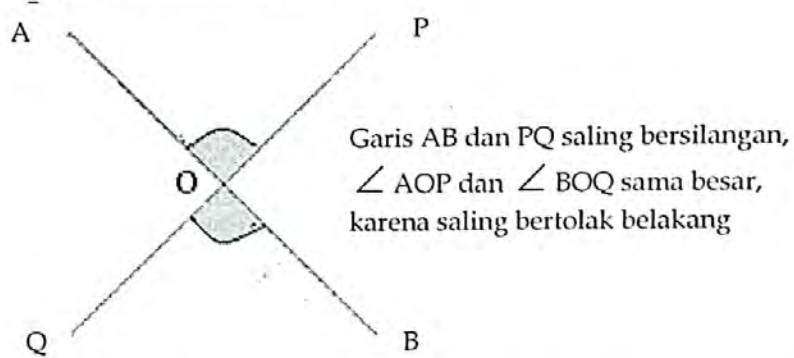
AB merupakan diameter

2. Besar sudut-sudut alas segitiga sama kaki adalah sama besar.

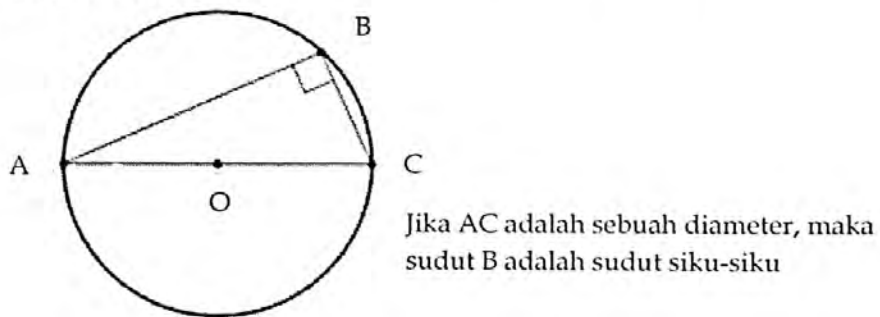


Besar kedua sudut adalah sama

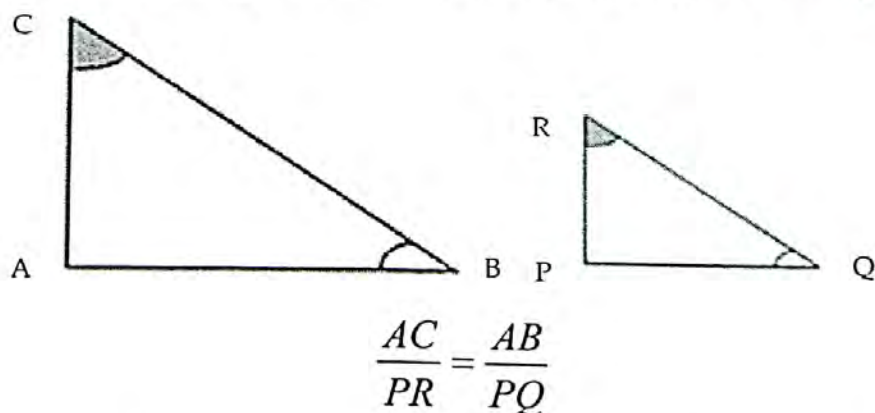
3. Jika ada dua garis lurus yang bersilangan, maka besar sudut yang saling berlawanan akan sama besar.



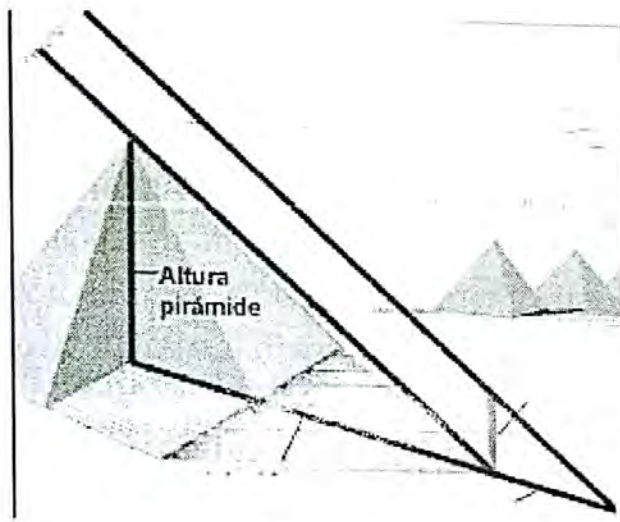
4. Sudut sentuh busur yang dilukiskan di dalam setengah lingkaran adalah sudut siku-siku.



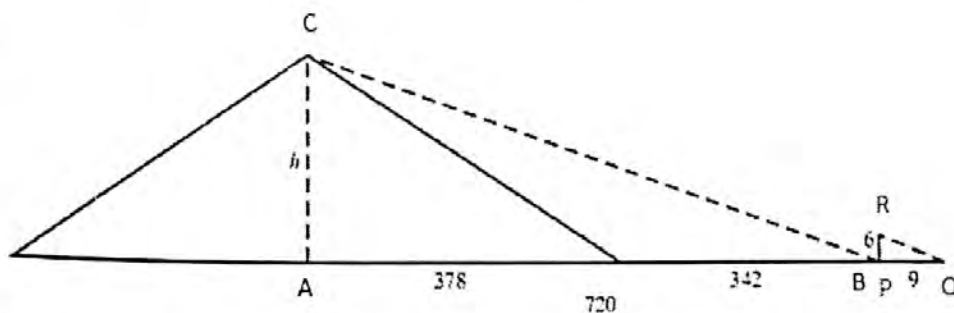
5. Dua segitiga dikatakan sebangun apabila memiliki dua sudut yang sama dan sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan sama.



Berdasarkan Teorema 5 di atas, Thales dapat mengukur ketinggian piramida di Mesir. Di bawah ini terdapat gambar yang menjelaskan bagaimana cara Thales mengukur tinggi piramida.



Dikatakan bahwa Thales telah mengetahui panjang piramida dan jarak ujung bayangan ke pusat piramida sebesar 720 kaki. Ia juga telah mengukur panjang tongkat sebesar 6 kaki dan panjang bayangan tongkat sebesar 9 kaki. Perhatikan gambar di bawah ini:



Dengan memperhatikan gambar di atas, Thales dapat menghitung tinggi piramida dengan menggunakan Teorema 5.

$$\frac{AC}{PR} = \frac{AB}{PQ} \Leftrightarrow \frac{AC}{6} = \frac{378 + 342}{9}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{720 \times 342}{9}$$

$$\Leftrightarrow AC = \frac{2}{3} \times 720$$

$$\Leftrightarrow AC = 480$$

Jadi tinggi piramida adalah 480 kaki.

5.2 Pythagoras

Pythagoras adalah seorang filsuf termasyhur pada era pra-Socrates. Ia hidup pada tahun 582-500 SM. Pythagoras dianggap sebagai tokoh penting dalam perkembangan matematika. Dikarenakan gagasan cerdas Pythagoras bahwa cara kerja alam semesta dapat dinyatakan dalam matematika. Bagi Pythagoras, matematika adalah aspek penting dalam memahami filsafat.

Doktrin Pythagoras adalah fenomena yang tampak berbeda dapat memiliki representasi matematis yang identik. Karena itu, ia berpendapat bahwa representasi tersebut dapat dilambangkan ke dalam suatu bilangan. Berdasarkan doktrinnya ini, Pythagoras mempunyai semboyan yang sangat terkenal *panta aritmos* yang berarti segala sesuatu adalah bilangan.

Pythagoras mendirikan sekolah dan pengajaran yang menitikberatkan pada pembagian empat pengetahuan, yaitu teori bilangan, musik, geometri, dan astronomi. Keempat pengetahuan ini dianggap sebagai bidang pengetahuan yang penting bagi semua orang. Dalam teori bilangan, ia memperkenalkan gagasan tentang "bilangan kuadrat" dan "bilangan pangkat tiga" serta menerapkan konsep-konsep geometris ke dalam aritmatika. Berkat ajarannya, kata "teori" mendapatkan makna yang lazim untuk kita mengerti saat ini. Pengaruh ajaran Pythagoras dalam matematika terasa hingga berabad-abad.

Pythagoras dianggap sebagai pembuka gerbang dan penunjuk jalan bagi pembahasan matematika yang ditunjang oleh filsafat. Ini merupakan salah satu konsep yang sangat produktif dalam sejarah umat manusia. Mulai saat itu, matematika berkembang secara simbiosis dengan filsafat dan sains.

Atas pemikiran dan karyanya, Pythagoras memiliki banyak pengikut. Sehingga mendorongnya untuk mendirikan sebuah akademi di Coronto, Italia. Akademi ini menjadi tempat perkumpulan rahasia para pengikut Pythagoras. Para sarjana yang menjadi pengikut Pythagoras disebut "Pythagorean." Sumbangsih pemikiran ilmiah Pythagoras dan para sarjana nampak pada kegiatan pembuktian teorema-teorema dasar mengenai

geometri dan bangun ruang. Melalui diskusi ilmiah ini, Pythagoras dan para pengikutnya membawa perkembangan ide-ide matematika dan astronomi.

Dalam bidang geometri, Pythagoras mengembangkan teorema Pythagoras yang membahas tentang panjang dari sisi yang terdapat pada segitiga siku-siku. Dalam Teorema Pythagoras dinyatakan bahwa sebuah segitiga siku-siku, kuadrat *hipotenusa* (sisi yang paling panjang) adalah sama dengan hasil jumlah kuadrat dari dua sisi lainnya. Teorema Pythagoras dinyatakan dalam $a^2 + b^2 = c^2$, di mana c adalah hipotenusa. Fakta ini banyak digunakan dalam dunia arsitektur atau para tukang bangunan pada zaman dahulu untuk mengkonstruksi segitiga siku-siku yang akurat guna membuat struktur-struktur yang kuat seperti kerangka atap, jembatan atau kubah-kubah.

Pythagoras juga menggunakan matematika dalam mengobservasi bidang astronomi. Ia mempunyai keyakinan bahwa planet-planet berputar mengelilingi matahari pada interval-interval tertentu seperti lazimnya dawai harmonik. Pythagoras beranggapan bahwa perputaran planet-planet tersebut menghasilkan suara musikal yang disebut "harmoni bola-bola." Namun seiring dengan pertambahan pengetahuan manusia, pandangan ini perlahan hilang.

Para pengikut Pythagoras, seperti Philolaus banyak melahirkan penemuan-penemuan baru. Ia melakukan penelitian dan menemukan sebuah teori baru tentang pergerakan planet. Teori ini bertahan hampir 2 abad. Kemudian pada abad ke-14, Copernicus seorang ahli astronomi menggunakan teori tersebut untuk mengajukan sebuah teori baru. Hal ini menunjukkan bahwa pengaruh para penganut ajaran-ajaran Pythagoras begitu besar.

5.3 Plato

Plato adalah seorang filsuf terkenal dari Yunani kuno dan sangat berperan dalam perkembangan matematika. Pada awalnya, Plato mendirikan perguruan tinggi di Athena yang fokus pada filsafat. Perguruan tinggi ini

tidak hanya sekedar tempat untuk pengembangan ilmu pengetahuan, melainkan dijadikan sebagai tempat untuk membentuk orang-orang berpengetahuan yang mampu membawa pengaruh terhadap perubahan bagi bangsa Yunani dalam mencapai kejayaan. Wajarlah, bila pada masa itu terkenal sebagai zaman keemasan filsafat. Sebab Plato menggunakan akal sebagai alur kehidupan di mana ia memberikan kebebasan pada setiap orang untuk berfikir dengan penalaran yang maju dan logis.

Terdapat dua macam pengetahuan yang dikemukakan Plato: (a) pengetahuan yang diperoleh melalui pengalaman atau indera (pengetahuan pengalaman) dan (b) pengetahuan yang diperoleh melalui akal (pengetahuan akal). Plato membandingkan kedua pengetahuan tersebut dan mempertimbangkan mana yang benar diantara keduanya.

Plato mengungkapkan bahwa manusia sesungguhnya berada pada dua dunia. Dunia ide dan dunia fisik atau dunia pengalaman. Dunia ide bersifat tetap, hanya satu macam dan tidak berubah. Sedangkan dunia fisik atau dunia pengalaman bersifat tidak tetap. Misalnya, terdapat beberapa segitiga dengan bentuk yang berlainan berdasarkan pengetahuan indera atau pengalaman. Tetapi berdasarkan pengetahuan ide atau pikiran, bentuk segitiga tersebut hanya ada satu dan tetap, yakni memiliki tiga sisi.

Menurut Plato, ide merupakan inti dasar dari seluruh filsafat yang diajarkannya. Ide yang dimaksudkan Plato bukanlah suatu gagasan yang terdapat dalam pemikiran saja yang bersifat subyektif. Ia beranggapan bahwa ide merupakan suatu yang objektif. Ide tidak diciptakan oleh pemikiran individu, tetapi sebaliknya pemikiran itu tergantung dari ide-ide. Menurut Plato, hal yang terpenting adalah tugas akal budi untuk membedakan tampilan (penampakan) dari realita (kenyataan).

Plato melihat bahwa kebanyakan orang membedakan antara apa yang tampak dengan apa yang terjadi dalam realitanya tanpa keraguan. Pertimbangan mereka menjadi kurang jelas. Maka mereka memerlukan objek real yang kebenarannya terbebas dari persepsi dan cara bagaimana mereka menangkapnya. Oleh karena itu, suatu objek harus memiliki suatu derajat permanen.

Plato menyakini bahwa ada objek-objek yang permanen dan bebas dari pemikiran setiap orang. Misalnya, dalam bidang aritmatika, adanya "satu", "dua", "tiga", dan sebagainya. Begitu pula dalam bangun geometri, yakni terdapat objek-objek seperti "titik", "garis", "lingkaran", dan sebagainya. Sehingga terdapat dunia ide, permanen, tertentu, yang berlainan dengan dunia cita rasa. Dunia ide dipahami bukan dengan cita rasa, melainkan dengan nalar.

Ajaran-ajaran Plato tentang ide merupakan inti dan dasar bagi seluruh filsafat Plato. Ide yang baik menurut Plato tidak sama dengan kebenaran maupun pengetahuan. Hal inilah yang memunculkan konsep trinitas yaitu "yang benar, yang baik, dan yang indah." "Yang baik" dibutuhkan untuk kebenaran, yaitu yang memberikan objek kebenaran. "Yang baik" juga memberikan daya penglihatan kepada kepandaian. Dan pengetahuan akan kebenaran akan mengisi kita dengan keindahan.

Plato menaruh perhatian lebih terhadap matematika dan fisika. Karena kedua bidang ilmu tersebut dianggap sebagai kunci untuk memahami dunia. Sampai-sampai di atas pintu akademinya tertulis kata-kata "yang tidak tahu matematika dilarang masuk." Plato melihat bahwa semakin kita mendalami dunia fisika, semakin jelas bahwa relasi-relasi matematika terwujud dalam segala hal di dunia jasmani. Seluruh alam semesta seakan memberi gambaran tentang keteraturan, harmoni dan proporsi. Atau dengan kata lain, keseluruhan dunia fisik dapat diungkapkan dengan menggunakan persamaan matematika.

Plato memiliki pemikiran bahwa kerugian yang sesungguhnya adalah yang merongrong jiwa. Maka lebih baik menderita akibat kejahatan dari pada melakukan kejahatan. Dalam hal komitmen, Plato juga sejalan dengan Socrates tentang pentingnya berpikir sendiri. Berpikir sendiri dimaksudkan bahwa ia tidak menerima apapun begitu saja, melainkan selalu siap untuk menanyakan apa pun dan siapa pun. Keyakinan inilah yang telah membawa Plato untuk melangkah lebih jauh. Dari semula yang hanya menguraikan ide-ide Socrates hingga menguraikan secara sistematis ide-idenya sendiri.

Plato menegaskan hubungan yang sangat erat antara matematika dan filsafat. Ia menegaskan bahwa geometri sebagai pengetahuan ilmiah yang berdasarkan akal murni menjadi kunci ke arah pengetahuan dan kebenaran filsafat. Menurut Plato, geometri merupakan suatu ilmu dengan akal murni yang membuktikan proporsi-proporsi abstrak mengenai hal-hal abstrak seperti garis lurus, segitiga, atau lingkaran.

Bidang aritmatika dan geometri telah menjadi isi bidang studi matematika. Bagi Plato, matematika murni, yang pada masanya adalah aritmatika dan geometri Euclid mendeskripsikan bangun matematis dan realisasi antara keduanya. Sedangkan matematika terapan melukiskan objek-objek empiris beserta relasi-relasinya. Sehingga menurut Plato, matematika bukanlah idealisasi aspek-aspek tertentu dari dunia empiris akan tetapi sebagai deskripsi dari bagian realitanya.

Plato menjelaskan bahwa kebenaran dalam matematika merupakan sesuatu yang pasti. Kebenaran matematika tidak bergantung pada apa yang dikatakan oleh setiap orang. Hal ini harus diikuti oleh kebenaran obyektifitas matematika, bahwa kesatuan matematika adalah bagian dari pengetahuan.

5.4 Euclid

Euclid hidup sekitar 325 - 270 SM. Meskipun hanya sedikit yang diketahui tentang kehidupannya, Euclid memiliki kontribusi yang sangat luar biasa dan berpengaruh terhadap perkembangan geometri. Bahkan hingga akhirnya muncul aliran geometri Euclid. Geometri Euclid ini sangat mempengaruhi kegiatan manusia, misalkan membantu dalam pengukuran tanah. Digunakan oleh juru ukur tanah untuk mengukur jarak ke benda-benda yang letaknya jauh. Selain itu, bagi para perencana kota, geometri Euclid juga membantu mereka dalam membuat jalan, sehingga jalan tersebut saling memotong dengan sudut siku-siku.

Euclid menulis buku klasik berjudul "Element." Buku ini disusun dengan metode aksiomatis. Dalam buku Element, Euclid menuliskan banyak pembuktian dari teori-teori yang sudah ada. Arti penting Element

tidak terletak pada teorema-teorema yang dibuktikan oleh Euclid. Sebab, hampir semua teorema di bukunya telah dikenal sebelum Euclid dan banyak pula yang sudah dibuktikan. Sumbangan terbesar Euclid terletak pada penyusunan bahan-bahannya, karena dalam penyusunan buku tersebut melibatkan pemilihan sekumpulan aksioma dan postulat yang sesuai.

Dengan cermat dan teliti Euclid menata teorema-teorema itu, sehingga masing-masing teorema tidak saling bertentangan dengan teorema-teorema sebelumnya. Tidak hanya berhenti di sini, Euclid juga menyertakan langkah-langkah dan bukti-bukti yang belum tersedia, sehingga di dalam karyanya ini teorema-teorema dipaparkan dengan lengkap.

Semua tulisan geometri yang dipaparkan Euclid didasarkan pada lima "postulat" yang dibuat berdasarkan pengalaman sehari-hari. Kelima postulat tersebut telah dijabarkan secara rinci pada Bab 3. Setelah postulat-postulat ditetapkan, selanjutnya ia menyusun proposisi yang harus dibuktikan secara eksklusif dengan metode deduksi logis. Metode penalaran deduksi merupakan dasar atau fondasi untuk membangun struktur geometrinya. Dengan struktur deduktif yang logis dan lengkap, buku tersebut membuat takjub para pembacanya sejak pertama kali terbit.

Buku *Element* dianggap sebagai prestasi bangsa Yunani yang monumental terkait geometri aksiomatis. Sebagian besar isinya masih relevan digunakan hingga kini. Penjelasan buku diawali dengan serangkaian pengertian yang jelas namun sederhana. Misalnya, "sebuah titik mempunyai letak tertentu, tetapi tanpa jarak," "sebuah garis lurus tepat melewati kedua titik-titik ujungnya." Ini merupakan sebagian kecil dari penjelasan geometri Euclid. Dengan menggunakan definisi-definisi tersebut, Euclid mulai membuktikan kelanjutan dalil-dalilnya. Kelanjutan setiap dalil didasarkan pada dalil-dalil sebelumnya sehingga membentuk prosedur yang benar-benar terstruktur dengan baik.

Element terdiri dari 13 jilid. Buku I menguraikan proposisi-proposisi dasar dari geometri bidang datar, termasuk tiga kasus dalam hal

kekongruenan segitiga, macam-macam teorema tentang garis-garis sejajar, teorema mengenai jumlah sudut-sudut dalam sebuah segitiga dan teorema pythagoras. Buku II berisi mengenai bangun datar persegi, persegi panjang, dan segitiga. Buku III berisi uraian tentang lingkaran dan sifat-sifatnya, termasuk teorema tentang tangen dan sudut-sudut yang digambarkan. Buku IV menjelaskan tentang poligon dalam lingkaran. Sebagian besar dari buku *Element* jilid I sampai III dikembangkan dari karya-karya Hippocrates dan buku jilid IV berkaitan dengan teorema yang dikemukakan Pythagoras. Sehingga dapat dipahami bahwa buku *Element* memiliki sejarah yang panjang dan didasarkan dari perkembangan matematika pada abad-abad sebelumnya.

Buku *Element* jilid V menguraikan teori umum proporsi. Sebuah teori yang tidak memerlukan pembatasan untuk besaran sepadan. Jilid VI menguraikan sifat bujursangkar dan generalisasi dari teori kongruensi. Jilid VII-IX membahas tentang aritmatika dan teori bilangan bulat. Jilid VII mencakup sifat-sifat proporsi numerik, pembagi terbesar, kelipatan umum dan bilangan prima. Pada jilid VIII berisi proposisi pada progresi numerik. Jilid IX berisi tentang faktorisasi bilangan prima yang unik, jumlah bilangan prima yang tidak terbatas, dan pembentukan angka sempurna, yaitu angka-angka yang sama dengan jumlah pembagi. Dan pada jilid X, membahas penggolongan besaran yang tidak dapat dibandingkan (irasional) menggunakan metode keletihan, yaitu suatu rintisan integral kuno. Buku XI menghitung volume relatif dari kerucut, piramida, tabung dan bola menggunakan metode keletihan. Dan buku terakhir yaitu buku XIII membahas lima benda padat platonis.

Element telah digunakan sebagai buku teks selama berabad-abad. Begitu gemilangnya pemikiran Euclid dalam membuat sebuah karya, bahkan setelah kemunculan buku ini membuat semua buku teks yang pernah ada sebelumnya digantikan oleh buku *Element*. Walaupun teks asli ditulis dalam bahasa Yunani, namun *Element* telah diterjemahkan ke berbagai bahasa. Cetakan pertama buku *Element* dilakukan pada 1482, sekitar 34 tahun setelah ditemukannya mesin cetak oleh Gutenberg. Sejak itu, terdapat lebih dari seribu edisi berbeda telah diterbitkan.



Sumber: <https://en.wikipedia.org>

Gambar 5.2 Halaman Judul Buku *Element* Karya Euclid Terjemahan Bahasa Inggris

Meskipun demikian, geometri yang dikembangkan oleh Euclid dalam buku *Elemen* memiliki kelemahan. Salah satunya terletak pada postulat kelima Euclid yang terkenal dengan Postulat Paralel atau Postulat Kesejajaran. Postulat kelima ini berisi penjelasan yang terlalu panjang sehingga merisaukan para matematikawan. Hal ini membuat postulat kelima ini sukar diterima dan dipahami. Beberapa matematikawan berusaha untuk membuktikan dan menggantikannya dengan postulat yang ekuivalen. Usaha untuk membuktikan postulat kelima ini berlangsung sejak Euclid masih hidup, hingga dilakukan sampai kira-kira tahun 1820 M. Beberapa ilmuwan yang berusaha membuktikan postulat ini antara lain Proclus, Girolamo Saccheri, Karl Friedrich Gauss, Wolfgang dan Nicola Ivanovitch Lobachevsky.

Saat ini, para ahli matematika memahami bahwa geometri Euclid bukanlah satu-satunya sistem geometri konsisten yang dapat dibangun. Selama 150 tahun terakhir banyak sistem geometri non-Euclid yang dibuat.

Bahkan sejak teori relativitas umum Einstein diterima luas, para ilmuwan menyadari bahwa geometri Euclid tidak selalu berlaku di alam raya. Geometri non-Euclid muncul karena para matematikawan berusaha untuk membuktikan postulat kelima dari Euclid. Sehingga geometri non-Euclid masih berdasarkan pada empat postulat pertama dari Euclid dan hanya berbeda pada postulat kelimanya.

5.5 Aristoteles

Bagi Aristoteles, tidak ada ide-ide yang umum serta merupakan realita yang sebenarnya. Dunia ide diingkari oleh Aristoteles sebagai dunia realitas, karena tidak dapat dibuktikan. Jadi Aristoteles berpangkal pada yang kongkrit saja, yang satu persatu dan bermacam-macam, yang berubah. Itulah realitas sebenarnya.

Objek yang diketahui memang kongkrit dan satu persatu. Jadi tidak umum. Yang demikian ditangkap oleh indera kemudian indera mengenalnya. Pengetahuan indera yang bermacam-macam dapat diolah oleh manusia. Manusia mengenalnya dengan cara yang beragam, dan tidak sama. Sedangkan yang dipandang hanyalah yang memiliki kesamaan dalam keberagaman itu. Sehingga pengetahuan yang sama dalam macamnya tersebut oleh Aristoteles dinamakan ide atau pengertian. Jadi Aristoteles tidak mengingkari dunia pengalaman, sedangkan ide juga dihargainya serta diterangkan bagaimana cara mencapainya dengan berpangkal pada realitas yang bermacam-macam.

Aristoteles dikenal sebagai penyusun hukum dasar logika yang pertama kali. Meskipun Aristoteles dikatakan telah menemukan logika, hal ini tidak berarti bahwa dalam filsafat sebelumnya tidak terdapat sesuatu apapun tentang logika. Dalam ajaran kaum sofis, Socrates dan Plato sudah ada unsur-unsur yang dipergunakan Aristoteles untuk menyusun logika. Dengan mengatakan bahwa Aristoteles mempunyai jasa besar dalam menemukan logika, hal ini dimaksudkan bahwa Aristoteleslah yang pertama kali dalam sejarahnya memberikan suatu uraian sistematis

mengenai logika. Logika Aristoteles memainkan peranan penting dalam sejarah intelektual manusia.

Aristoteles menggunakan istilah "analitika" untuk menyelidiki mengenai argumentasi-argumentasi yang bertitik tolak dari putusan-putusan yang benar. Dan istilah "dialektika" digunakan untuk menyelidiki mengenai argumentasi-argumentasi yang bertitik tolak dari hipotesis atau putusan yang tidak pasti kebenarannya. Dalam karyanya yang berjudul *Topica*, Aristoteles membahas dialektika. Sedangkan dalam karya-karyanya *Analytica priora* dan *Analytica posteriora*, ia membahas tentang analitika. Jadi menurut Aristoteles analitika dan dialektika merupakan dua cabang dari ilmu yang sekarang kita kenal dengan nama "logika."

Logika menuntun manusia untuk berfikir yang benar dan bermetode. Dengan kata lain, logika adalah suatu cara berfikir yang secara ilmiah yang membicarakan bentuk-bentuk fikiran itu sendiri yang terdiri dari pengertian, pertimbangan, dan penalaran serta hukum-hukum yang menguasai fikiran tersebut. Dalam hal ini Aristoteles tidak memasukkan logika sebagai cabang ilmu pengetahuan, melainkan hanya sebagai suatu alat dalam mempraktekkan ilmu pengetahuan.

Aristoteles membagi ilmu pengetahuan menjadi tiga golongan, yaitu ilmu pengetahuan praktis, produktif, dan teoritis. Ilmu pengetahuan praktis meliputi etika dan politika. Ilmu pengetahuan produktif meliputi pengetahuan yang sanggup menghasilkan suatu karya seperti teknik dan kesenian. Sedangkan ilmu pengetahuan teoritis mencakup tiga bidang, yaitu fisika, matematika, dan filsafat. Berdasarkan pembagian ilmu pengetahuan tersebut nampak nyata bahwa Aristoteles tidak memberikan tempat untuk logika. Hal ini dimaksudkan bahwa ia mengarang berbagai buku mengenai logika, namun Aristoteles berpendapat bahwa logika tidak termasuk ilmu pengetahuan sendiri, tetapi mendahului ilmu pengetahuan sebagai patokan untuk berpikir secara ilmiah.

Dasar sejarah logika matematika bermula pada karya Aristoteles berjudul *organon* (alat). Di dalamnya menjelaskan gagasannya tentang

logika. Logika bukan merupakan suatu cabang ilmu pengetahuan, melainkan suatu alat dalam mempraktekkan ilmu pengetahuan. Secara khusus, Aristoteles menggunakan bentuk umum untuk menggambarkan logika. Sebagai contoh misalnya jika semua x adalah y ; dan semua y adalah z ; maka semua x adalah z . Aristoteles memaparkan tiga dasar hukum pemikiran yang sah yaitu hukum identitas, hukum kontradiksi dan hukum peniadaan antara (*law of excluded middle*). Hukum-hukum tersebut disajikan sebagai berikut.

1. A adalah A (hukum identitas)
2. A tidak bisa A dan bukan A (hukum kontradiksi)
3. Segala sesuatu adalah A atau bukan A (hukum peniadaan antara)

Aristoteles memberikan kontribusi silogisme dan proposisi dalam dunia logika. Aristoteles percaya bahwa setiap argumen yang logis dapat dijelaskan dalam bentuk baku. Meskipun silogisme dikaitkan dengan Aristoteles, matematikawan lain juga memiliki gagasan yang sama tetapi dinyatakan dengan cara yang berbeda. Meskipun demikian, ajaran yang dikemukakan Aristoteles tetap terkenal dan logika silogisme mendominasi pemikiran budaya barat selama lebih dari 2000 tahun.

Terdapat banyak hal dalam logika Aristoteles. Akan tetapi terdapat beberapa istilah dan sifat umum. Misalnya proposisi yang merupakan kalimat dengan dua suku kata, yaitu subjek dan predikat. Sebuah proposisi hanya memiliki sifat kualitas dan kuantitas. Dari segi kualitas, proposisi bisa berupa proposisi negatif atau positif. Sedangkan dari segi kuantitas, proposisi dapat berupa proposisi universal atau khusus.

Silogisme terdiri atas dua premis dan satu kesimpulan. Kesimpulan berasal dari dua premis dengan cara tertentu. Aristoteles suka memberikan nama pada penawaran logikanya, sehingga setiap kata dalam silogisme memiliki sebutan. Ia menjelaskan bahwa setiap premis harus memiliki suku yang sama, yang disebut suku tengah. Sedangkan untuk istilah lainnya disebut dengan suku ekstrem, yang dibagi menjadi suku mayor atau predikat kesimpulan, dan suku minor atau subjek kesimpulan. Secara

logis, premis dengan suku minor disebut "premis minor," dan premis dengan suku mayor disebut "premis mayor."

Lebih lanjut Aristoteles membagi silogisme menjadi dua, yaitu silogisme sempurna dan silogisme tidak sempurna. Silogisme sempurna membutuhkan hal lain selain yang telah dinyatakan untuk memperjelas apa hal berikutnya yang diperlukan. Sedangkan silogisme tidak sempurna membutuhkan satu atau lebih proposisi, yang memang merupakan konsekuensi dari suku yang ditentukan, tetapi belum secara tegas dinyatakan sebagai premis.

Pada abad ke-17, para matematikawan mulai memerlukan cara yang lebih teratur dan simbolik untuk menyatakan logika. Hingga memasuki abad ke-19, logika benar-benar menjadi bagian dari matematika, terutama setelah diterbitkannya karya matematikawan Inggris George Boole yang berjudul *The Mathematical Analysis of Logic* dan karya matematikawan Inggris Augustus De Morgan yang berjudul *Formal Logic*. Dengan demikian, matematika mulai mencakup logika simbolis, dengan aturan yang pasti untuk memanipulasi simbol-simbol.

5.6 Archimedes

Archimedes lahir pada 287 SM di Sisilia, Yunani. Ayahnya, seorang astronom bernama Pheidias. Selain sebagai seorang astronom yang cukup terkenal, Pheidias juga seorang ahli matematika. Pheidias menemukan perhitungan perkiraan rasio antara garis tengah matahari dengan bulan. Akan tetapi informasi ini tidak ditunjang dengan bukti ilmiahnya, sehingga hanya Archimedeslah yang dikenal sebagai seorang ilmuwan.

Archimedes hidup pada masa Raja Hieron II, penguasa Syrauce Yunani. Archimedes adalah matematikawan yang diandalkan oleh raja pada waktu itu. Catatan sejarah menunjukkan bahwa ketika Archimedes sedang memecahkan suatu masalah matematika, sering lupa akan makan, istirahat dan bersenang-senang. Archimedes dapat duduk selama berjam-jam mengagumi gambar-gambar bangun geometri.

Dalam sejarah penemuannya, Archimedes sangat lekat dengan peristiwa penemuan teorinya saat mandi. Ia menemukan bahwa hilangnya berat tubuh sama dengan berat air yang dipindahkan. Seketika itu juga Archimedes meloncat dari tempat mandi dan berlari ke jalanan *Syracus* sambil berteriak "*eureka! eureka!* (saya sudah menemukan, saya sudah menemukan)." Saat itulah, Archimedes pertama kali menemukan hukum pertama hidrostatis. Penemuannya ini menunjukkan suatu prinsip dalam fisika yang menyatakan bahwa objek-objek yang dimasukkan ke dalam zat cair akan mendapat tekanan ke atas dengan gaya yang sama besarnya dengan berat zat cair yang didesaknya.

Pada masa mudanya, Archimedes pergi ke Alexandria untuk menyelesaikan pendidikannya. Dipilihnya Alexandria karena pada awal abad ke-2 SM, Alexandria menjadi pusat belajar terbesar di daerah Laut Tengah. Saat itu, di Alexandria telah memiliki perpustakaan dengan koleksi ratusan ribu naskah termasuk koleksi tulisan Aristoteles. Perpustakaan ini menarik minat para cendekiawan yang berasal dari masa Helenistik untuk berkunjung ke tempat ini dan dengan cepat menjadikannya sebagai pusat belajar terbesar.

Di tempat ini Archimedes berkenalan dengan dua orang ahli matematika. Namun sedikit sekali informasi yang diketahui tentang kedua ahli matematika itu. Melalui pertemanan dengan ahli matematika ini pulalah yang kemudian mengantarkan Archimedes menjadi seorang matematikawan yang termasyhur.

Archimedes berkontribusi pada penentuan nilai bilangan phi. Ia membandingkan lingkaran-lingkaran dengan poligon (bangun segi banyak) dan menaikkan banyaknya sisi-sisi poligon, ia menghitung nilai phi sedikit lebih dari $\frac{223}{71}$ dan sedikit kurang dari $\frac{220}{70}$.

Archimedes menggunakan matematika untuk menunjukkan hubungan yang terjadi diantara kuantitas fisik dalam suatu cara tertentu sehingga dapat membuat prediksi-prediksi dalam fisika. Dalam bidang ini,

ia dikenal karena penemuan prinsip-prinsip hidrostatisnya dan menonjol dalam bidang mekanika mesin sederhana.

5.7 Sebaiknya Anda Tahu...

Siapakah yang pertama kali menentukan nilai pi?

Tidak ada yang benar-benar tahu asal usul penemuan pi, meskipun sebagian besar sejarawan percaya bahwa pi mungkin telah dihitung sejak dahulu. Meskipun demikian, ada petunjuk tentang penemuannya. Misalnya, beberapa orang mengklaim bahwa di dalam papirus Rhind Mesir telah ada pernyataan tentang pi yang sama dengan 3,16. Nilai ini hampir sama dengan nilai nyata pi saat ini.

Namun, bangsa Yunanilah yang paling gencar mempromosikan gagasan pi. Mereka sangat tertarik pada sifat-sifat lingkaran, terutama perbandingan antara lingkaran dengan diameternya. Matematikawan Yunani, Archimedes (sekitar 287-212 SM) menghitung pendekatan nilai pi dengan membandingkan poligon bagian dalam dan keliling lingkaran. Ia menggunakan metode *kelelahan* untuk memperkirakan luas lingkaran yang pada gilirannya mengarah pada penaksiran pi yang lebih baik. Melalui iterasinya, ia menetapkan bahwa $223/7 < \pi < 22/7$.

-oo0oo-

BAB 6

MATEMATIKA MESOPOTAMIA DAN MESIR

Tsabit adalah seorang matematikawan muslim yang berasal dari Mesopotamia. Ia memiliki nama Tsabit Ibnu Qurrah Ibnu Marwan al Sabi al Harrani. Tetapi lebih dikenal dengan nama Tsabit Ibnu Qurrah. Tsabit lahir pada tahun 833 M di Haran, Mesopotamia. Tatkala menempuh pendidikan di Baitul Hikmah Baghdad, ia dikenal sebagai ilmuwan yang menguasai ilmu matematika, astronomi, dan mekanika. Sejumlah karyanya telah memberi inspirasi dan pengaruh bagi matematikawan baik di dunia muslim maupun Barat.

Hasil penelitiannya banyak memberikan kontribusi pada beberapa cabang ilmu pengetahuan. Dalam bidang matematika ia dikenal sebagai ahli geometri terbesar pada masa itu. Berpijak dari buku *Elements* karya Euclides, ia mulai mempelajari dan mengembangkan dalil baru. Dengan metode geometri, ia mampu memecahkan soal khusus persamaan pangkat tiga. Sehingga beberapa persamaan geometri yang dikembangkan oleh Tsabit mendapat perhatian dari sejumlah ilmuwan muslim. Beberapa karyanya diterjemahkan kedalam bahasa Arab dan Latin khususnya karya tentang Kerucut Appolonius.

Selain mahir dalam bidang matematika, Tsabit juga ahli dibidang astronomi. Pada abad pertengahan ia juga bekerja di Pusat Penelitian Astronomi yang didirikan oleh Khalifah Al Ma'mun di Baghdad. Tsabit menganalisis beberapa masalah yang berkaitan dengan pergerakan matahari dan bulan. Ia membuat penemuan tentang jam matahari, yang menggunakan sinar matahari untuk menghitung peredaran waktu. Tsabit Ibnu Qurrah wafat pada tahun 911 M di Baghdad.



Sumber: Dwiyono, A. (2012). Tokoh matematikawan dunia. Jakarta: Penerbit Balai Pustaka.

Gambar 6.1 Tsabit Bin Qurrah

6.1 Perkembangan Matematika di Mesopotamia

Mesopotamia berasal dari bahasa Yunani, *meso* dan *potamia*. *Meso* berarti pertengahan dan *potamia* yang berarti sungai. Jadi Mesopotamia berarti daerah yang terletak diantara sungai-sungai. Faktanya memang begitu. Mesopotamia berada di lembah sungai Eufrat dan sungai Tigris. Hulu sungai ini bersumber di pegunungan yang terletak di Armenia dan bermuara di Teluk Persia.

Peradaban bangsa Mesopotamia telah lama memperlihatkan keunggulan di bidang ilmu pengetahuan, termasuk di bidang matematika. Beberapa dokumen yang ditemukan menunjukkan matematika telah digunakan pada saat itu. Menurut Bergren, penemuan matematika pada jaman Mesopotamia didasarkan pada dokumen berupa artefak. Artefak matematika yang ditemukan menunjukkan bahwa bangsa Mesopotamia telah memiliki pengetahuan matematika yang luar biasa, kendati matematika yang mereka miliki belum diformulasikan secara deduktif layaknya saat ini.

Sebagai kawasan yang subur karena terletak di lembah sungai, Mesopotamia bagai gula yang banyak disinggahi oleh semut dari berbagai

ordo. Artinya Mesopotamia tidak hanya dihuni oleh satu bangsa, namun beragam bangsa seperti Sumeria, Akkadia, Babilonia, Assyria dan Persia singgah di sana. Disinyalir, Sumeria merupakan bangsa yang pertama kali menempati Mesopotamia. Bangsa Sumeria diperkirakan telah mengembangkan tulisan pada tahun 4000-2000 SM. Mereka menulis pada kepingan tanah liat. Tulisan yang mereka ciptakan bukan berasal dari masyarakat pra-peradaban atau terilhami dari masyarakat yang sudah ada sebelumnya. Tulisan yang pertama dikenai dalam bentuk pahat (*inscription*). Tulisan itu diukir pada kepingan tanah liat yang masih basah kemudian dikeringkan. Kepingan tanah liat tersebut berbentuk lukisan kuno (*pictographic*). Teknik penulisannya menggunakan gambar orang, benda, peristiwa dan tindakan sebagai pengganti simbol huruf.

Prosedur penulisan yang demikian itu dinamakan *cuneiform*. *Cuneiform* berasal dari bahasa Latin, *cuneus* yang berarti *baji* atau *paku* dan *forma* yang berarti bentuk. Sehingga *cuneiform* berarti tulisan kuno yang menggunakan huruf paku. Untuk menuliskan karakter-karakter berbentuk piktograf, bangsa Sumeria menggunakan *stylus* yang diukir pada lempengan tanah liat. Lempengan tanah liat ini kemudian diperkeras dengan cara dibakar atau dijemur di bawah sinar matahari.



Sumber: <https://en.wikipedia.org>

Gambar 6.2 Bentuk Tulisan Bangsa Sumeria (*Cuneiform*)

Tulisan pada Gambar 6.1 digunakan oleh bangsa Sumeria tahun 3200 SM, seusia dengan *hieroglyph* yang digunakan masyarakat Mesir kuno. Tulisan ini hanya digunakan oleh orang-orang tertentu, karena membaca ataupun menulis tulisan Sumeria tidaklah mudah. Susunan alphabhetnya terdiri dari 550 karakter. Meskipun agak sulit, namun *cuneiform* digunakan secara luas di Timur Tengah selama ratusan tahun.

Sementara itu, bangsa Akkadia kurang berkembang dibandingkan dengan bangsa Sumeria. Dilihat dari peradaban yang mereka miliki, bangsa Akkadia hanya mengadopsi dari peradaban yang pernah ada. Termasuk dalam hal tulisan dan agama, bangsa Akkadia mengambil alih dari peradaban bangsa Sumeria. Akan tetapi sejak tahun 1792-1750 SM, wilayah Sumeria maupun Akkadia runtuh dengan datangnya legiun dari Amoriah dibawah kepemimpinan Hammurabi. Hammurabi dikenal sebagai penguasa Babilonia dan kaisar terbesar sepanjang sejarah kuno. Melalui peperangan, mereka berhasil memperluas wilayah kekuasaannya. Setelah berhasil menyatukan seluruh wilayah bekas kekuasaan Sumeria-Akkadia, ia menamakan negeri ini Babilonia.

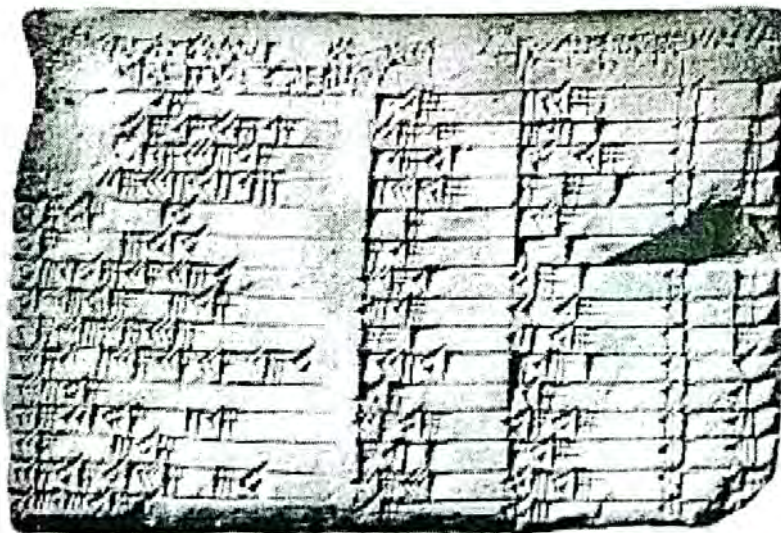
Dalam perkembangannya, kerajaan Hammurabi terancam oleh orang-orang pegunungan di Gutium. Usaha Hammurabi untuk mencegah dan melawan pasukan Gutium tidak membuahkan hasil. Sehingga setelah kematian Hammurabi, sejarah peradaban bangsa Babilonia tidak lagi dikenal orang. Wilayah kekuasaannya berjatuhan satu persatu. Suku-suku kecil kemudian menguasai wilayah ini secara bergantian, sampai pada akhirnya seluruh wilayah ini ditaklukkan oleh bangsa Assyiria.

Peradaban Assyiria banyak mengadopsi kultur Babilonia. Dengan mengambil peradaban bangsa lain, Assyria mengembangkan peradabannya hingga ke seluruh penjuru dunia. Peradaban ini memberikan sumbangsiah yang cukup besar dalam bidang ilmu pengetahuan. Sebagian raja-raja Assyria merupakan kaum terpelajar dan sangat mencintai perpustakaan.

Misalkan, pada masa kepemimpinan raja Ashurbanipal, dibangun sebuah perpustakaan yang berisi koleksi yang mengagumkan.

Perpustakaan ini dianggap sebagai gedung *bibliotek* tertua di dunia. Selain perpustakaan, bangsa Assyria juga memberikan warisan pada bidang penulisan. Berbeda dengan versi penulisan bangsa Sumeria dan Akkadia yang menuangkan tulisan di lempengan tanah liat, bangsa Assyria tampak lebih unggul. Mereka telah menulis di atas daun lontar.

Setelah kekuasaan Assyria mengalami kehancuran dengan mangkatnya raja Assurbanipal pada 626 SM, bangsa Babilonia bangkit kembali di bawah dinasti Chaldean. Mereka membentuk peradaban Babilonia baru. Peradaban Babilonia baru ini memberikan peranan yang sangat besar pada berbagai bidang. Dan peradaban Babilonia baru ini dianggap sebagai peradaban yang memiliki pengetahuan matematika tingkat tinggi. Mereka juga telah mengembangkan aljabar. Matematika yang mereka kembangkan juga sudah menjangkau cara menyelesaikan persamaan kuadrat, persamaan pangkat tiga dan empat. Dan sudah mengenal hubungan sisi-sisi segitiga siku-siku. Mereka juga memiliki pengetahuan mengenai tabel perkalian dan pembagian.



Gambar 6.3 *Plimpton 322*

Bukti peradaban Babilonia baru telah berkembang, ketika ditemukannya sekitar 400 lempengan tanah liat yang digali sejak tahun 1850-an. Oleh bangsa Babilonia, tulisan pada lempengan tanah liat tersebut dibuat ketika tanah liat masih basah, kemudian dibakar dalam tungku atau

dijemur di bawah sinar matahari. Beberapa naskah kuno yang berkaitan dengan pengetahuan matematika peradaban Babilonia telah ditemukan di Yale, Columbia, dan Paris. Di universitas Columbia, terdapat katalog hasil olahan naskah-naskah kuno Mesopotamia yang ditulis oleh G. A. Plimpton yang berisi masalah matematika. Katalog ini bernomor 322 sehingga dikenal sebagai Plimpton 322.

Naskah Plimpton 322 berisi tabel matematika yang ditulis sekitar tahun 1900-1600 SM. Naskah tersebut berbentuk tabel yang terdiri dari empat kolom dan lima belas baris berisi bilangan yang bersesuaian membentuk bilangan triple Pythagoras. Sebagian besar lempengan tanah liat juga berisi topik-topik pecahan, aljabar, persamaan kuadrat dan kubik, perhitungan bilangan regular, invers perkalian, dan bilangan prima kembar.

Temuan lempengan tanah liat tersebut juga mempertegas bahwa pada zaman itu bangsa Babilonia sudah menggunakan aljabar, namun hanya sebatas pada tahap teoritis. Dalam menyelesaikan aljabar, bangsa Babilonia menggunakan teknik penyelesaian masalah melalui ide geometri. Ide geometri ini merupakan proses penyelesaian masalah dengan manipulasi data, sesungguhnya berdasarkan aturan yang telah ditetapkan.

Melalui beberapa temuan naskah Babilonia tersebut, menginspirasi ilmuwan muslim untuk mengembangkan matematika lebih lanjut. Misalnya, Tsabit bin Qurrah yang lahir di Haran tahun 833 Madalah salah seorang yang cakap mengembangkan konsep-konsep yang dikembangkan dari bangsa Babilonia. Hingga pada masanya dia tersohor sebagai pakar bidang geometri.

6.2 Dari Babilonia Ke Persia

Uraian sebelumnya menunjukkan bahwa sebelum peradaban Babilonia baru muncul, wilayah ini telah dikuasai bangsa Assyria. Dari prasasti Assyria yang ditemukan, teridentifikasi bahwa bangsa ini akhirnya terpecah menjadi dua bangsa yaitu bangsa Persia dan Media. Dari sinilah

kemudian lahir bahasa Persia yang akhirnya diakui sebagai bahasa tertua di dunia.

Sebelumnya, kawasan Persia diperintah oleh beberapa kerajaan yang membentuk kekaisaran. Diantaranya kekaisaran Media, Akhemeniyah, Seleukia, Parthia dan Sassanian. Sassanian merupakan kekaisaran terakhir sebelum akhirnya Persia ditaklukkan umat Islam.

Sebelum Islam datang, kekaisaran Persia telah mengalami kemajuan dalam bidang matematika. Raja-raja Persia juga sangat mendukung perkembangan ilmu pengetahuan. Mereka memberikan fasilitas bagi asimilasi dan adaptasi ilmu-ilmu dari Babilonia dan India, terutama matematika. Dukungan tersebut nampak dari kesungguhan para raja, terutama pada masa kepemimpinan raja Sassanian.

Wujud konkrit dukungan raja, orang-orang terpelajar dikirim untuk menimba ilmu ke India dan Yunani. Mereka ditugasi menerjemahkan karya-karya bangsa India dan Yunani ke dalam bahasa Pahlavi. Dengan demikian, bangsa Persia melestarikan tradisi keilmuan yang telah berkembang di peradaban-peradaban lain sebelumnya, kemudian mereka menyempurnakan, menambah, dan menyebarkanluaskannya. Tradisi ini akhirnya terus berlangsung hingga tersebarnya dakwah Islam.

Pusat utama ilmu pengetahuan Persia adalah akademi Jundi Shapur. Akademi ini terletak di kota Jundi Shapur, di Persia Tenggara. Orang-orang Arab menyebutnya sebagai *Jandi Sabur* atau *Jundaysabur*. Apabila dibaca dalam bahasa Arab menjadi *Gundi Shapur*. Kota Jundi Shapur didirikan oleh Shapur I pada tahun 241 M. Pembangunan akademi ini, atas perintah Raja Shapur I dengan maksud mengumpulkan karya-karya yang diterjemahkan ke dalam bahasa Pahlavi sebagai referensi perpustakaan Jundi Shapur.

Kemajuan yang dicapai Persia juga karena pengaruh orang-orang Nestorian, terutama dalam bentuk penerjemahan karya Helenistik (Yunani) ke dalam bahasa Pahlavi. Orang Nestorian adalah keturunan sekte orang Kristen paling awal. Para cendekiawan Nestorian mengabdikan diri di akademi-akademi Persia sebagai guru dan

penerjemah. Hal ini sebagai bukti bahwa orang-orang Persia telah sadar akan ilmu pengetahuan sehingga tercipta peradaban yang besar dari kegiatan penerjemahan karya-karya asing.

Pada abad ke-7 M, Islam berhasil menaklukkan wilayah Persia. Dan, akademi Jundi Shapur tetap dibiarkan sebagaimana fungsinya sebagai pusat ilmu pengetahuan. Bahkan dalam perkembangan selanjutnya banyak dipengaruhi oleh ilmu pengetahuan Islam. Pada masa pemerintahan dinasti Umayyah, melalui akademi ini para matematikawan dan pendidik dikirim ke Damaskus, dan pada waktu itu ibu kota pemerintahan Islam, untuk pertama kalinya memperkenalkan kebudayaan klasik kepada umat Islam. Dari kegiatan ini, karya-karya Hindu, Persia, Syiria dan Yunani kali pertama diterjemahkan ke dalam bahasa Arab.

Umat Islam berhasil menguasai Persia selama 3 abad. Kurun waktu yang sangat lama itu menjadikan bahasa Arab sebagai bahasa resmi bahkan juga menjadi bahasa keseharian. Sehingga tidak luput, karya-karya ilmu pengetahuan asing tentu saja banyak diterjemahkan ke dalam bahasa Arab.

Pada tahun 750 M, tradisi serupa dilanggengkan oleh dinasti Abbasiyah. Pusat kebudayaan Islam yang semula ada di Damaskus dipindah ke ibu kota Islam yang baru, yaitu Baghdad. Di tempat ini ilmu pengetahuan Islam mencapai puncak tertingginya. Puncak kegiatan intelektual terjadi pada masa kepemimpinan khalifah Harun al Rasyid dan putranya al Ma'mun. Masa pemerintahan Harun al Rasyid yang berkuasa selama 23 tahun ini merupakan permulaan zaman keemasan (*golden ages of Islam*) bagi sejarah dunia Islam di belahan Timur.

Khalifah Harun al Rasyid dan al Ma'mun terkenal sebagai khalifah yang cinta terhadap ilmu pengetahuan. Pada masa ini terjadi kebangkitan pengembangan ilmu pengetahuan yang baru. Kegiatan penerjemahan, penyempurnaan dan penambahan terhadap ilmu pengetahuan yang telah ada digalakkan. Hal ini terinspirasi oleh kegiatan yang dilakukan oleh para cendekiawan dari Jundi Shapur.

Khalifah Harun al Rasyid dan al Ma'mun juga lebih menggalakkan penerjemahan buku-buku asing ke dalam bahasa Arab dengan mempekerjakan orang-orang *mawali*. Orang *mawali* adalah orang-orang Islam Non Arab. Melalui gerakan ini masyarakat muslim mampu mencerna buku-buku asing. Sebenarnya gerakan ini mengaca pada aktivitas ilmu pengetahuan di Jundi Shapur yang mengagumkan. Ilmu matematika terbaik dari seluruh peradaban besar dunia seperti Yunani, India, dan Cina semuanya dikumpulkan untuk diterjemahkan dan disempurnakan.

Matematika dianggap sebagai salah satu ilmu terpenting pada masa ini. Mereka menganggap matematika menjadi dasar dari semua ilmu dan bahasa ilmu pengetahuan, sesuai dengan pemikiran Aristoteles. Sehingga pada tahun 820-an M, muncullah matematikawan Persia yang sangat terkenal bernama Muhammad Bin Musa Al Khawarizmi, yang ahli di bidang aljabar.

Sumbangsih Al-Khawarizmi juga telah diakui oleh umat Islam maupun bangsa Eropa. Ia mempunyai kepribadian yang teguh dan rela mengabdikan hidupnya untuk dunia matematika. Ia mengembangkan matematika dengan tidak mengabaikan penemuan dan perkembangan matematika pada peradaban-peradaban dunia sebelumnya seperti dari India, Yunani, Cina, dan sebagainya.

Al Khawarizmi menekuni hampir seluruh pekerjaannya antara tahun 813-833 M. Dan menjadikannya sebagai tokoh matematika terbesar pada masanya. Smith dan Karpinski menggambarkan Al-Khawarizmi dalam bukunya berjudul *The Hindu-Arabic Numerals*, sebagai tokoh terbesar pada masa keemasan Baghdad. Al-Khawarizmi dianggap sebagai salah seorang penulis muslim yang menggabungkan ilmu matematika barat dan timur, yang akhirnya mampu membangkitkan kesadaran Eropa. Al-Khawarizmi adalah peneliti besar dan memiliki sumbangsih yang luar biasa terhadap perkembangan aljabar dan aritmetika. Demikianlah yang diungkapkan oleh Smith dan Karpinski.

Pada masa Dinasti Al Ma'mun, Al Khawarizmi diminta bekerja di *The House of Wisdom*. Di tempat ini, ia diberi tugas untuk menerjemahkan

beragam karya yang berasal dari para filsuf Yunani, seperti karya Aristoteles dan Ptolomeus. Dari kegiatan penerjemahan karya filsuf Yunani inilah, Al Khawarizmi menyumbangkan banyak karya yang luar biasa. Salah satu karyanya yang termasyhur adalah *Hisab al Jabr wal Muqabalah*.

Isi dari *Hisab al Jabr wal Muqabalah* adalah solusi analitis tentang persamaan linear dan kuadrat. Hal inilah yang mendasari Al Khawarizmi disebut sebagai pendiri aljabar. Dari karya terbesarnya inilah, banyak sejarawan matematika yang menyebut Al-Khawarizmi sebagai "Bapak Ilmu Pengetahuan Aljabar." Konsep aljabar yang diperkenalkannya, menjadikan Al Khawarizmi sebagai figur penting di bidang matematika pada abad pertengahan.

Karya Al Khawarizmi tersebut telah diterjemahkan oleh Gerard Cremona dan Robert Chaster pada abad ke-12 M ke berbagai macam bahasa di Eropa. Di benua Eropa sendiri, hasil terjemahan dari buku itu menjadi cukup fenomenal. Dan dijadikan sebagai acuan wajib perkuliahan matematika di universitas-universitas Eropa hingga abad ke-16. Hal itu menunjukkan, bangsa Eropa tidak menutup mata terhadap kemajuan ilmu yang telah dicapai ilmuwan muslim pada masa itu.

Al Khawarizmi tutup umur pada tahun 850 M. Tentu, masyarakat saat ini banyak berhutang budi pada Al-Khawarizmi dalam hal penggunaan bilangan Arab. Selain al-Khawarizmi, banyak ilmuwan lain juga sering di undang ke istana oleh khalifah Harun al Rasyid untuk berdiskusi tentang berbagai ilmu pengetahuan, seperti matematika. Buku-buku matematika hasil terjemahan dikaji dan didiskusikan secara mendalam kemudian dianalisis. Dikembangkan untuk mendapatkan berbagai varian ilmu baru. Inilah tradisi yang paling berpengaruh dalam menciptakan tradisi keilmuan yang kondusif selama masa kekhalifahan Harun al Rasyid. Melalui gerakan translasi ini, dunia Islam mengalami *enlightenment* (pencerahan).

Kegiatan penerjemahan ini merupakan konsekuensi logis dari adanya kontak kebudayaan antara masyarakat Muslim dengan kebudayaan asing. Hal ini juga tidak lepas dari kontribusi ahli pikir dan

para khalifah terutama di Persia yang gemar menggali pemikiran-pemikiran besar dari berbagai peradaban yang telah lalu. Mereka sering mendiskusikan pemikiran-pemikiran filsuf Yunani yang mengembangkan matematika seperti Plato dan Aristoteles.

6.3 Beralih ke Matematika Mesir

Mesir menjadi salah satu tempat terawal yang dihuni oleh manusia, sekitar 40.000 tahun yang lalu. Peradaban Mesir sangat bergantung pada kesuburan sungai Nil. Bangsa Mesir telah menetap di lembah Nil dikarenakan melimpahnya air di sungai ini. Hal ini menyebabkan mereka bisa mengolah tanah hanya bersandar pada persediaan air Sungai Nil. Tanpa bergantung pada musim hujan.

Dari peradaban sekitar sungai Nil inilah, cabang matematika lahir. Peradaban ini bermula dari kebiasaan para pendeta Mesir melakukan pengukuran terhadap pasang surut sungai Nil dan meramalkan banjir. Melalui pengamatan secara berulang-ulang, mereka mulai mengembangkan geometri. Raja Mesir Sesostrius juga seringkali membagi tanah kepada rakyatnya yang sama luasnya berbentuk persegi panjang. Dari kebiasaan inilah, mereka secara tidak sadar menggunakan geometri dalam membagi tanah.

Matematika Mesir diawali oleh perkembangan matematika pada zaman Mesir Kuno. Mesir kuno adalah suatu peradaban kuno di bagian timur laut Afrika. Peradaban ini terpusat di sepanjang pertengahan hingga hilir sungai Nil yang mencapai kejayaan pada sekitar abad ke-2 SM. Peradaban Mesir Kuno berkembang selama kurang lebih tiga setengah abad. Dimulai dengan unifikasi awal kelompok-kelompok yang ada di Lembah Nil sekitar tahun 3150 SM.

Bangsa Mesir kuno membangun piramida-piramida sebagai contoh yang paling kuat dari struktur matematika dengan menggunakan bentuk-bentuk segitiga. Bangunan batu yang sangat besar ini terdiri dari dinding segitiga miring yang diatur di atas permukaan tanah yang berbentuk persegi. Dari proses pembangunan piramida ini, bangsa Mesir kuno

merumuskan perbandingan (rasio) dalam sebuah tabel untuk memudahkan para pembuat piramida dalam menyesuaikan keempat sisi piramida dengan sudut kemiringan. Tabel perbandingan ini berisi perbandingan "trigonometris" yang bermanfaat hingga saat ini. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman bangsa Mesir kuno dalam menggali bidang kajian matematika didasarkan pada pemikiran-pemikiran mereka yang diperoleh melalui pengalamannya.

Sebagian besar pengetahuan matematika yang dipelajari bangsa Mesir kuno berasal dari sebuah naskah matematika, berupa papirus. Papirus merupakan alat tulis sederhana menyerupai kertas yang berasal dari batang tanaman papirus. Papirus ditulis dengan tinta yang dibuat dari getah yang dicampur dengan arang dan air.

Ada banyak papirus, namun karena bahannya yang rapuh dan mudah hancur, terdapat dua papirus utama yang berhubungan dengan matematika yaitu papirus *Rhind* atau *Rhind Mathematical Papirus* (RMP) dan papirus Moskow. Papirus *Rhind* berasal dari masa keluarga kerajaan Mesir kuno ke-12. Berdasarkan namanya, papirus *Rhind* diperoleh dari Alexander Henry Rhind, seorang ahli purbakala Inggris yang mengadakan penelitian di Mesir pada tahun 1858 M. Naskah ini disalin oleh Ahmes, seorang penulis matematika Mesir kuno yang tertua. Sehingga terkadang disebut juga papirus Ahmes mengacu penulisnya.

Dalam papirus *Rhind* terdapat tulisan yang artinya kira-kira "Buku ini disalin pada tahun ke 33 bulan ke-4 pemerintahan Fir'aun A-user-Re. Disalin dari tulisan lama yang berasal dari zaman pemerintahan Fir'aun Ne-ma'et-Re. Yang menulis Ah-mose." Tulisan ini menunjukkan bahwa Papirus *Rhind* berasal dari masa pemerintahan *Fir'aun A-user-Re* dari dinasti Hyksos tahun 1650 SM. Papirus *Rhind* memiliki tinggi 33 cm dan terdiri atas sejumlah bagian yang seluruhnya memiliki dengan panjang 5 meter. Papirus ini mulai diterjemahkan pada akhir abad ke-19. Pada tahun 1865 M, naskah ini disimpan di *British Museum*, di London.

Papirus *Rhind* berbentuk lembaran yang berisi instruksi untuk pelajaran aritmetika dan geometri. Sebuah contoh yang ditulis oleh Ahmes

tentang deret aritmetika: "Bagilah satu roti kepada lima orang, $\frac{1}{5}$ bagian dari yang diperoleh oleh tiga orang pertama sama dengan yang diperoleh oleh dua orang terakhir." Di dalam *Papyrus Rhind*, juga disajikan rumus-rumus luas dan cara-cara perkalian, pembagian, dan pengerjaan operasi hitung pada pecahan. Naskah ini juga menjadi bukti bagi pengetahuan matematika lainnya, termasuk bilangan komposit dan prima. Selain itu, *Papyrus Rhind* juga tertulis mengenai tiga unsur geometri analitik, yaitu : (1) cara memperoleh hampiran nilai pi yang akurat kurang dari satu persen; (2) upaya kuno pengkuadratan lingkaran; (3) penggunaan kotangen.



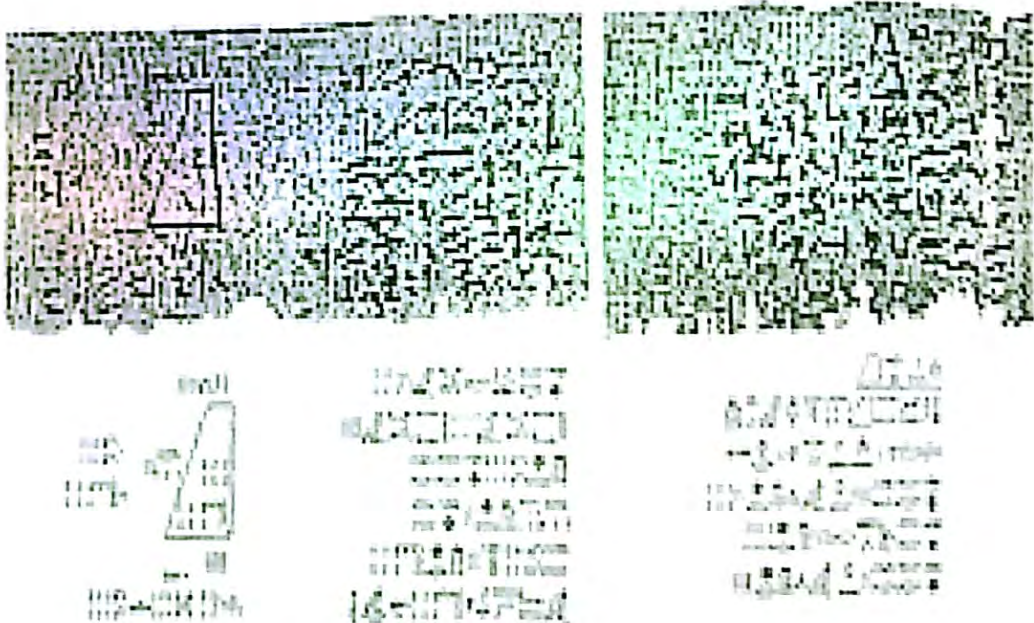
Sumber: <https://id.wikipedia.org>

Gambar 6.4 *Papyrus Matematika Rhind*

Penemuan *Papyrus Rhind* merupakan momentum penting bagi perkembangan matematika Mesir. Namun, keterbatasan utama dari perkembangan aritmetika pada saat itu adalah kurangnya notasi sederhana dan komprehensif. Meskipun demikian, perkembangan matematika saat itu menjadi hal yang menakjubkan ketika mereka masih dalam peradaban yang masih kuno tetapi mampu mencapai kepandaian yang begitu tinggi dalam bidang matematika.

Naskah matematika Mesir Kuno yang terkenal lainnya adalah *Papyrus Moskow*. *Papyrus* ini diperkirakan ditulis pada zaman Dinasti ke-

13 Mesir, yakni sekitar tahun 1850 SM. Papirus Moskow berisi 25 soal yang hampir sama dengan soal di papirus *Rhind*. Dari beberapa soal menunjukkan bangsa Mesir telah memiliki pengetahuan yang baik tentang geometri, termasuk rumus untuk limas pancung. Penemuan Papirus Moskow menunjukkan dinamika perkembangan tulisan Mesir kuno. Papirus Moskow ditemukan pada 1890 di Nekropolis oleh Goleishev, seorang ahli filologi di Universitas Kairo. Sepeninggal Goleishev papirus ini dibawa ke Rusia dan disimpan di *Museum of Fine Arts* di Moskow.



Sumber: <https://id.wikipedia.org>

Gambar 6.5 Salah satu halaman dari Papirus Moskwa

6.4 Sebaiknya Anda Tahu...

Kapan manusia pertama kali menggunakan pengukuran?

Tidak diragukan lagi, orang mengembangkan sistem pengukuran sederhana karena kebutuhan. Sebagai contoh, untuk mengetahui tinggi manusia dibandingkan tinggi hewan. Tinggi manusia dibandingkan tinggi rumput tempat mereka bersembunyi merupakan beberapa pengukuran pertama.

Petunjuk pertama pengukuran ditemukan kira-kira sekitar 6000 SM di lokasi yang saat ini meliputi daerah dari Suriah hingga Iran. Seiring pertumbuhan penduduk, dan sumber utama makanan berubah menjadi lahan pertanian dan bukan daerah liar, cara-cara baru menghitung tanaman yang akan ditanam dan disimpan menjadi sebuah kebutuhan. Selain itu, dalam kebudayaan tertentu selama masa-masa cukup makanan, setiap orang yang dilihat dari status mereka (dari pria dewasa yang menerima paling banyak, perempuan, anak-anak dan budak yang diberi lebih sedikit) menerima makanan dalam ukuran jumlah tertentu yang berbeda. Selama bencana kelaparan, agar dapat memperpanjang pasokan, makanan dengan ukuran minimal tertentu dibagi ke setiap orang. Diperkirakan, pengukuran sebenarnya yang pertama dilakukan dengan tangan, khususnya mengukur segenggam biji-bijian. Kenyataanya, setengah pint, atau isi dua tangan tertangkup, mungkin satu-satunya satuan volume dengan penjelasan alami.

-oo0oo-

BAB 7

CINA KUNO DAN INDIA KUNO

Zhang Heng lahir pada 78 M dari Nanyang, Henan. Ia merupakan seorang ilmuwan Cina yang hidup pada masa dinasti Han. Ia terkenal akan kecerdasannya dalam bidang matematika dan astronomi. Sehingga membuat Kaisar An dari dinasti Han, tertarik mengangkatnya menjadi pejabat yang bertugas mengurus bidang sejarah dan penanggalan. Ia juga bertanggung jawab dalam pengamatan astronomi, penyusunan kalender, peramalan cuaca, dan penyelidikan meteorologi.

Dalam bidang matematika, Zhang Heng memberikan kontribusi besar berupa perhitungannya dalam sistem kalender. Ia berhasil menentukan lama waktu satu tahun adalah 365 hari. Selain itu, pada tahun 120 M, ia merumuskan nilai pi untuk menghitung volume bola.

Dalam bidang astronomi, Zhang Heng berhasil menuliskan karyanya pada sebuah buku berjudul "Ling Xian." Buku ini akhirnya menjadi buku terkenal, berisi proses terjadinya gerhana bulan, penjelasan mengenai bulan tidak mampu memancarkan cahaya sendiri, cahaya bulan diperoleh dari pantulan sinar matahari.



Sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Zhang_Heng

Gambar 7.1 Zhang Heng

7.1 Cina pada Masa Dinasti

Cina merupakan salah satu peradaban yang pernah jaya di Asia Timur. Hal ini tidak dapat dipungkiri, kebudayaan Cina telah dikenal sejak ratusan abad yang lalu.

Bahkan sebelum Islam diturunkan, bangsa Cina telah mencapai peradaban tinggi. Pada saat itu masyarakat negeri tirai bambu ini sudah menguasai kekayaan ilmu pengetahuan tak terkecuali matematika.

Bukti negeri ini memiliki peradaban yang tinggi dalam matematika adalah berdirinya "Tembok Besar Cina." Hasil kebudayaan ini menjadi bukti betapa hebatnya matematikawan Cina yang telah membuat perhitungan untuk menentukan jarak, mengukur besar sudut dan bahan yang digunakan sehingga tembok itu kokoh hingga saat ini.

Kemajuan yang dicapai Cina tentu tidak bisa lepas dari akar sejarah peradaban Cina yang sudah dibangun selama ribuan tahun. Dimulai dari zaman Dinasti Sang (1766-1122 SM), Dinasti Zou (1122-252 SM), Dinasti Qin (221-206 SM), Dinasti Han (206-211 M), Dinasti Sui (581-618 M), Dinasti Tang (618-906 M), Dinasti Song (960-1268 M), Dinasti Yuan (1279-1368 M), Dinasti Ming (1368-1644 M), Dinasti Qing (1644-1912 M) hingga zaman modern ini.

Dinasti Shang merupakan dinasti Cina asli yang tumbuh dan berkembang di sekitar Lembah Sungai Kuning. Kawasan ini relatif aman dari serbuan bangsa asing. Kondisi ini memberi peluang lebih banyak bagi dinasti Shang mengembangkan bentuk pemerintahan dan peradaban. Dinasti ini beribukota di Anyang yang terletak di sebelah utara Lembah Sungai Kuning dan sebagai kota tertua di Cina.

Pada dinasti Shang, telah dikenal sistem desimal yang tertata rapi. Bahkan penduduk Cina telah mengenal aritmetika. Selain bidang tersebut, aljabar, persamaan, dan sistem bilangan negatif telah diperkenalkan. Meskipun masyarakat lebih tertarik pada aritmetika dan aljabar yang lebih mudah diaplikasikan dalam bidang astronomi, mereka juga tidak melupakan pengembangan bilangan negatif dan trigonometri.

Tulisan juga mulai dikenal. Awal terciptanya tulisan Cina berkaitan dengan kepercayaan yang dianut dinasti Shang. Raja-raja Shang yang juga pendeta sering memohon kepada dewa. Alat yang digunakan untuk meminta permohonan dan doa tersebut berupa tulisan gambar (*pictograph*) yang ditulis di permukaan tulang sapi. Tulisan tersebut lama-kelamaan berkembang dan digunakan oleh banyak orang pada generasi-generasi berikutnya. Tulisan ini akhirnya tidak hanya menyebar di daratan Cina, melainkan juga ke Korea dan Jepang.

Dinasti berikutnya adalah dinasti Zhou. Dinasti ini merupakan dinasti terakhir sebelum Cina resmi disatukan di bawah dinasti Qin. Dinasti Zhou adalah dinasti yang bertahan paling lama dibandingkan dengan dinasti lainnya dalam sejarah Cina, dan penggunaan besi mulai diperkenalkan di Cina mulai zaman ini. Sesuai tradisi feodal Cina, para penguasa Zhou menggantikan Dinasti Shang dan mengesahkan aturan yang menetapkan mereka sebagai mandat langit. Para penguasa memerintah atas mandat dari langit. Bila mandat dari langit dicabut, rakyat berhak menggulingkan penguasa tadi.

Selanjutnya, Dinasti Qin merupakan dinasti pertama Cina yang menyatukan keragaman suku bangsa Cina dalam satu kebangsaan tunggal nasional Cina. Dinasti ini juga dinasti pertama yang menggunakan sistem pemerintahan terpusat (*sentralisasi*). Artinya, mereka telah menggunakan sistem pemerintahan yang kekuasaannya terletak penuh di tangan kaisar. Sistem kekaisaran feodal yang dikembangkan dinasti Qin ini akhirnya diteruskan oleh dinasti-dinasti setelahnya selama ribuan tahun.

Qin Shi Huang merupakan kaisar pertama pada dinasti Qin. Pada tahun 213 SM, Qin Shi Huang memerintahkan untuk membakar semua buku, kecuali buku-buku yang dianggap sejalan olehnya. Akibat peristiwa ini, hanya sedikit informasi tentang matematika yang didapat dari Cina kuno. Namun setelah itu, pada saat dinasti Han mulai dihasilkan karya matematika sebagai perluasan dari karya matematika yang sudah hilang.

Dinasti berikutnya adalah dinasti Han, yang berkuasa selama empat abad. Periode dinasti Han dianggap sebagai zaman keemasan dalam

sejarah Cina. Hingga saat inipun, kelompok etnis mayoritas di Cina menyebut diri mereka sebagai "orang Han" dan aksara Tionghoa disebut "huruf Han" (*Hanzi*). Pada masa dinasti ini, dihasilkan karya matematika yang luar biasa berupa buku *Jiuzhang Suanshu* atau *Chou Pei Suan Chin*. Juga dikenal dengan nama "*Nine Chapter On the Mathematical Art*," atau "Sembilan Bab pada Seni Matematika."

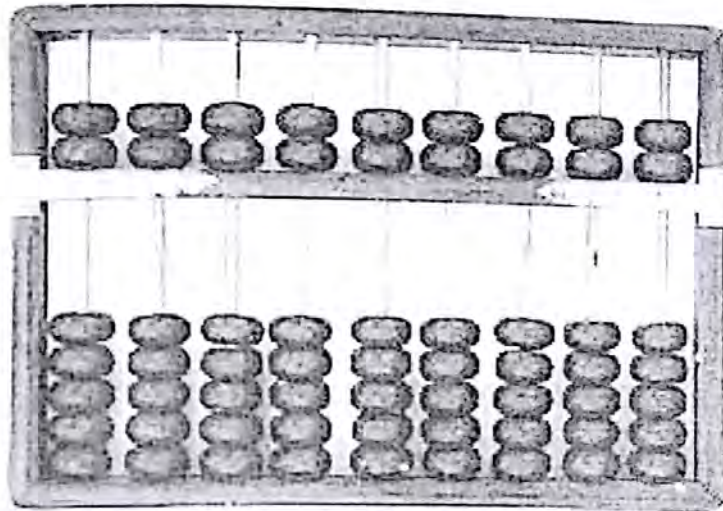
Pada abad pertengahan, perkembangan matematika di Yunani mengalami penurunan hingga merambah ke negara-negara barat. Namun, di Cina merambat naik mencapai puncak perkembangan matematika. Pada akhirnya, matematika Cina mengawali penggunaan nilai tempat notasi perhitungan desimal. Selain itu, juga mengembangkan algoritma dan aljabar. Perkembangan algoritma dan aljabar di Cina beriringan dengan perkembangan matematika di negeri Hellenis hingga membentuk dua pilar yang sama pentingnya bagi matematika dunia. Puncak perkembangan matematika Cina dalam bidang aljabar adalah dengan diterbitkannya buku *Introduction to Mathematical Studies* dan *The Precious Mirror of the Four Elements*, ditulis oleh Chu Shib Chieh.

Matematika Cina juga telah mengenal sistem bilangan. Namun belum lengkap karena tidak ada lambang untuk angka nol. Kemudian pada tahun 1427, Chin Chui menggunakan 0 sebagai lambang untuk nol. Patut diduga, lambang ini diperoleh dari India. Bangsa Cina mulai membedakan bilangan positif dan bilangan negatif dengan menggunakan batang-batang merah dan hitam pada alat-alat perhitungan.

Matematika Cina unggul dalam sistem notasi posisional bilangan desimal. Ini yang kemudian menginspirasi bangsa Cina untuk menciptakan alat hitung yang dikenal dengan sebutan *suan pan* atau sempoa Cina. Tidak diketahui dengan pasti tanggal penemuan *suan pan*. Akan tetapi berdasarkan penelusuran, dari buku "Catatan Tambahan tentang Seni Gambar," karya Xu Yue diketahui *suan pan* berasal dari tahun 190 M.

Suan pan secara fisik terdiri dari dua baris manik-manik dalam dua ruang, walaupun di seluruh dunia ada banyak variasi bentuk dan model

sempoa. *Suan pan* tradisional Cina menggunakan pola 5-2. Artinya lima manik-manik di bawah dan dua manik-manik di atas, seperti tampak pada Gambar 7.1.



Sumber: <http://odairss.xpg.uol.com.br>

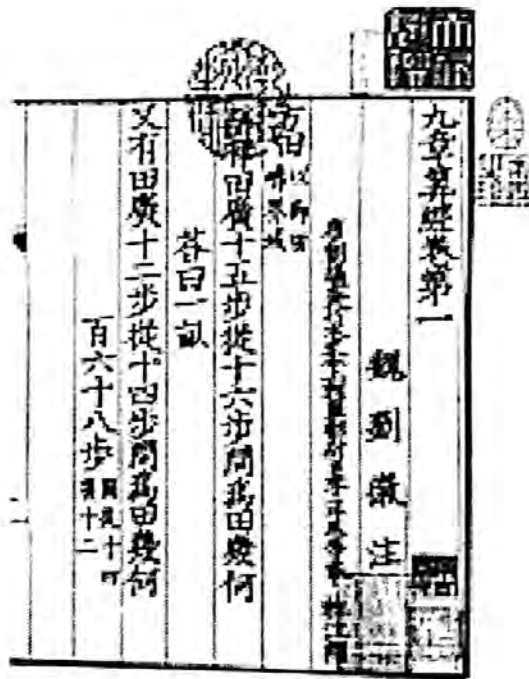
Gambar 7.1 *Suan Pan Tradisional Cina*

Suan pan Cina kemudian melanglang buana sampai ke Korea (sekitar tahun 1400 SM) dinamakan *jupan*, *supan* atau *jusan*; Jepang (sekitar tahun 1600 SM) dan disebut *soroban*. Di Calcutta (India) orang menyebutnya *suinbon*. Bahkan istilah *shunyan* (nol) dalam teks India dibuat untuk menggambarkan kolom kosong pada *suan pan*.

Bahkan kebudayaan Maya dan Inca di daratan Amerika juga mengenal *suan pan*. Suku Maya menamai *nepohualtzintzin*, sementara suku Inca mengenal *quipu*, sebuah sistem pencatatan data numerik dengan menggunakan simpul tali. Bentuk *quipu* ini mirip dengan *suan pan* walaupun bukan alat untuk berhitung. Untuk berhitung, orang Inca menggunakan alat yang disebut *yupana* yang cara penggunaannya masih misterius. Kemiripan antara satu bentuk *suan pan* dengan bentuk *suan pan* yang lain menjelaskan pada kita bagaimana di masa lalu pun orang sudah saling terhubung secara luas.

7.2 Buku Nine Chapter On the Mathematical Art

Buku ini merupakan buku yang paling berpengaruh dalam sejarah perkembangan matematika Cina, selama lebih dari 1.500 tahun. *Nine Chapter On the Mathematical Art* berisi 246 soal guna memberikan metode penyelesaian masalah sehari-hari dalam bidang pertanian, perdagangan, pengerjaan geometri, dan sifat-sifat segitiga siku-siku. Buku matematika lainnya adalah "Aritmetika Klasik Laut-Pulau," ditulis oleh Lin Hui pada abad ke-3 M. Buku ini berisikan soal-soal yang kompleks dalam bidang aljabar.



Sumber: <https://id.wikipedia.org>

Gambar 7.2 Salah Satu Halaman dari Buku *Nine Chapter on the Mathematical Art*

Nine Chapter On the Mathematical Art berisi materi pengukuran luas segitiga, luas trapesium, dan luas lingkaran dengan berbagai formula. Selain itu juga menjelaskan pecahan, persen, perbandingan, serta akar pangkat dua dan tiga dari suatu bilangan. Buku ini juga menjelaskan beberapa aturan mencari volume benda, seperti prisma, silinder, dan piramida.

Berikut deskripsi singkat isi setiap bab dari buku *Nine Chapter On the Mathematical Art*. Bab I diberi judul *Fang tian*. Berisi 38 soal tentang metode menghitung luas tanah dan terkait dengan komputasi bilangan pecahan. Juga disajikan algoritma Euclid untuk mencari FPB dari dua bilangan. Pada soal ke-32 terdapat pendekatan nilai π yang akurat. Bab II dengan judul *Su mi* terdiri dari 46 soal berkaitan dengan perbandingan (untuk penukaran gandum/beras, buncis dan bibit). Bab III dengan judul *Cui fen* Berisi 20 soal tentang proporsi, penggunaan barisan aritmetika dan barisan geometri.

Bab IV: *Shao guang*. Berisi 24 soal untuk menemukan panjang jika diketahui luas atau volume, menemukan akar kuadrat dan menemukan akar kubik dari suatu bilangan. Juga terdapat ide mengenai limit dan ketakberhinggaan. Bab V: *Shang gong*. Berisi 28 soal tentang perhitungan untuk membangun terusan, parit dan lainnya. Juga membahas perhitungan volume bangun ruang. Bab VI: *Jun shu*. Terdapat 28 soal tentang perbandingan dan perhitungan tentang barang, pajak, perjalanan, tenaga kerja dan berbagai masalah lain.

Bab VII: *Ying bu zu*. Berisi 20 soal tentang penggunaan metode posisi salah (*methode of false position*) untuk menyelesaikan soal yang sulit. Bab VIII: *Fang cheng*. Berisi 18 soal tentang sistem persamaan linier, dengan penyelesaiannya menggunakan matriks koefisien yang diperluas, mirip Eliminasi Gauss. Juga dibahas pengenalan konsep bilangan positif dan negatif serta penjumlahan dan pengurangan bilangan positif dan negatif. Bab IX: *Gongu*. Pada bab ini dibahas Teorema *Gougu* (teorema *pythagoras*), sifat-sifat segitiga siku-siku dan penggunaan segitiga-segitiga sebangun. Terdapat 24 soal, soal 1-13 terkait penggunaan Teorema *pythagoras*. Juga terdapat soal mengenai persamaan kuadrat.

Setelah buku *Nine Chapter On the Mathematical Art* ditemukan, tidak mudah menelusuri jejak peninggalan matematika pada dinasti berikutnya setelah dinasti Han. Namun, dalam kurun waktu tersebut, Cina telah membangun peradaban dengan sangat luar biasa, walaupun mengalami pasang surut. Bahkan Pearl S. Buck dalam buku *The Good Earth* melukiskan tentang peradaban Cina yang menyimpan sejuta khasanah peradaban. Ia

mengungkapkan alasan mengapa Cina mampu bertahan, yakni karena penduduk Cina mampu membangun peradaban yang praktis sehingga tidak mudah hancur. Hasil peradaban inilah yang mendorong Cina untuk mengembangkan matematika.

7.3 Beberapa Tokoh Matematika Cina



Sumber: <https://id.wikipedia.org>

Gambar 7.3 *Tsu Ch'ung-Chih*

Tsu Ch'ung-Chih adalah seorang ahli matematika dan astronomi yang hidup pada abad ke-5 SM. Tsu Ch'ung-Chih lahir di Jiankang tahun 429 SM (sekarang dikenal dengan Nanking, provinsi Kiangsu). Dia meninggal tahun 501 SM. Nama aslinya Zu Chongzhi, tetapi sering ditulis Tsu Ch'ung-Chih. Dia berasal dari keluarga terkenal yang asalnya dari provinsi Hopeh yang berada di sebelah utara Cina. Keluarga Zu adalah keluarga yang memiliki bakat yang luar biasa dengan keahlian di bidang matematika dan astronomi karena menurun dari kakek dan ayahnya. Keduanya merupakan pembantu pemerintahan resmi pada dinasti Liu-Sung.

Tsu Ch'ung-Chih memberikan kontribusi yang sangat berarti untuk perhitungan kalender. Selain itu, dia juga menentukan berbagai ketetapan yang luar biasa dalam beberapa hal. Misalnya, dia berhasil menemukan

nilai yaitu 27,21223 hari dalam satu bulan, dan kemudian diperbaharui menjadi 27,21222 hari dalam satu bulan. Hasil perhitungan lainnya, satu tahun menurutnya adalah 365,24281481 hari. Dalam bidang matematika, Tsu Ch'ung-Chih adalah ilmuwan matematika yang tidak akan pernah dilupakan.

Keberhasilannya lainnya yang terkenal adalah penentuan nilai dari π . Dia menyebutkan bahwa π nilainya lebih dari 3,1415926. Penemuan itu merupakan hasil karyanya beserta Tsu Keng-Chih, anak lelakinya yang ditemukan kira-kira dua abad yang lalu.



Sumber: <http://www.theepochtimes.com>

Gambar 7.4 Zhang Heng

Zhang Heng merupakan seorang ilmuwan Cina yang lahir pada tahun 78 M di Nanyang, Henan yang terkenal akan kecerdasannya. Menginjak usia dewasa, ia memulai pekerjaannya dalam bidang matematika dan astronomi. Karena kecerdasannya, sang kaisar (dinasti Han) akhirnya mengetahuinya. Atas titah kaisar, Zhang Heng kemudian diangkat menjadi pejabat yang bertugas mengurus bidang sejarah dan penanggalan. Selain itu ia juga bertanggung jawab dalam pengamatan astronomi. Ia memegang peran penting dalam penyelidikan astronomi, penyusunan kalender, meramalkan cuaca, dan mengadakan penyelidikan meteorologi.

Dalam bidang matematika, Zhang Heng memberikan kontribusi besar berupa kalkulasinya dalam sistem kalender. Ia menentukan lama waktu satu tahun adalah 365 hari. Ia juga menciptakan beberapa penemuan gemilang. Salah satunya berupa alat yang digunakan untuk perhitungan perbintangan. Selain itu, pada tahun 120 M, ia merumuskan nilai *phi* untuk menghitung volume bola.

Dalam bidang astronomi, Zhang Heng mengadakan penelitian dan menuliskannya pada sebuah buku berjudul "Ling Xian." Buku ini merupakan salah satu karyanya yang terkenal. Selain cukup terkenal, Ling Xian tergolong literatur yang progresif. Pasalnya buku tersebut mengupas permasalahan benda-benda langit yang masih jarang diperbincangkan pada era itu. Seperti terjadinya gerhana bulan, penjelasan mengenai bulan tidak mampu memancarkan cahaya sendiri, dan cahaya bulan diperoleh dari pantulan sinar matahari.

7.4 India Kuno

Bangsa lain yang memiliki pengaruh luas pada matematika adalah bangsa India. Matematika yang berkembang di India, waktu itu lebih banyak digunakan dalam bidang astronomi. Berkembang tahun 2600-1900 SM, dimulai sejak munculnya sebuah peradaban yang terletak di daerah aliran sungai Indus. Sehingga peradaban ini disebut peradaban lembah Indus. Dalam bahasa Sansekerta, sungai ini disebut dengan Shindu, yang memiliki arti "samudera atau perairan besar."

Peradaban lembah Indus merupakan sebuah peradaban kuno yang hidup sepanjang sungai Indus dan sungai Ghaggar-Hakra (sekarang menjadi wilayah Pakistan dan India). Peradaban ini sering juga disebut sebagai peradaban Harappa lembah Indus, karena kota penggalian pertamanya disebut Harappa.

Sungai Indus merupakan pusat kebudayaan tertua di India. Terdapat dua kota kuno yang terletak di lembah sungai Indus, yakni Muhenjo Daro dan Harappa. Hasil penggalian para arkeolog Inggris tahun 1942

ditemukan bahwa di kedua kota tersebut telah berkembang kehidupan yang teratur dengan tata kota yang megah sekitar 3000 tahun SM.

Bangunan dibentuk dari susunan batu bata dan saluran air mengalir dengan baik. Berdasarkan temuan tersebut maka kota Mohenjo Daro dan Harappa telah dihuni oleh orang-orang yang mempunyai peradaban tinggi pada waktu itu. Selain itu, mereka juga telah mengenal sistem tulisan, sistem berhitung, sistem pengukuran berat dan luas, serta sistem irigasi yang cukup baik untuk pertanian.

Bangsa yang pertama kali membangun peradaban Mohenjo Daro dan Harappa adalah bangsa Dravida. Mereka memiliki ciri-ciri bibir tebal, kulit hitam, hidung pesek, berbadan tegap dan berambut ikal. Mata pencaharian mereka adalah bercocok tanam sesuai dengan keadaan alam sekitar sungai Indus yang subur.

Namun, sekitar abad ke-15 SM, bangsa Dravida diusir oleh bangsa Arya. Bangsa Arya ini berasal dari Asia Tengah. Arya atau Dalam bahasa Sanskerta, Arya berarti kaum bangsawan atau tuan tanah. Kota-kota Mohenjo Daro dan Harappa dimusnahkan. Dan Bangsa Arya inilah yang memegang peranan penting dalam perkembangan matematika di India.

Mereka juga tak lupa mengajar membaca dan menulis kepada bangsa Dravida, karena bangsa Arya juga banyak belajar dari orang-orang Dravida. Namun demikian, mereka tetap menganggap rendah bangsa Dravida yang berkulit gelap. Dalam agama Hindu, kasta tertinggi juga disandang bangsa Arya. Kasta Brahmana dan Ksatria untuk orang-orang Arya, sedangkan kasta terendah untuk orang-orang Dravida.

Kastaisme ini menyebabkan tidak meratanya sebaran ilmu pengetahuan di India saat itu. Akibat tidak semua kasta dapat mereguk manisnya ilmu pengetahuan. Hanya kasta Brahmana dan Ksatria saja yang memiliki harapan menjadi seorang bestari.

Sekitar abad ke-9 SM, muncullah matematika Vedanta yang berkembang di India. Seorang matematikawan bernama Shatapatha Brahmana mulai mencoba menghitung pendekatan nilai π . Selanjutnya, pada abad ke-8 dan ke-5 SM, Sulvasutra menerbitkan buku berjudul

“Sulvasutras.” Sebuah buku yang berisi hukum-hukum pengukuran. Buku tersebut juga berisi tulisan-tulisan geometri, bilangan rasional, bilangan prima, aturan pangkat tiga dan akar kubik, menghitung akar kuadrat dari 2 sampai ratusan ribu. Selain itu juga memberikan teknik menggambar lingkaran dan perhitungan luasnya menggunakan susunan persegi, menyelesaikan persamaan linier dan kuadrat, serta mengembangkan *triple pythagoras* secara aljabar, dan memberikan pernyataan dan bukti menarik untuk teorema *pythagoras*.

Kontribusi paling penting yang diberikan oleh matematikawan India pada dunia adalah pembentukan sistem nilai desimal. Unsur lain yang erat kaitannya dengan sistem nilai desimal adalah sistem penomoran yang diberikan oleh Aryabhata. Sistem penomoran ini diberikan untuk menyederhanakan rangkaian kalimat yang panjang tatkala sebelumnya penulisan angka diberikan dalam bentuk tulisan.

Karya matematika India yang lain memberikan aturan dan contoh pengembangan aritmetika. Sehingga dapat diketahui bahwa perkembangan matematika di India telah mengenal sistem operasi pada bilangan seperti penjumlahan, pengurangan, pembagian dan perkalian.

7.5 Tokoh-tokoh Matematika India

Beberapa tokoh terkemuka dari India Kuno yang turut berkontribusi dalam perkembangan matematika di antaranya:

Aryabhata

Aryabhata adalah matematikawan dan astronom India yang lahir pada 475 M dan meninggal pada 550 M. Saat usianya baru 23 tahun, ia sudah berhasil membuat sebuah karya besar berupa sebuah kitab yang ia beri judul *Aryabhatiya*. Kitab ini begitu populer karena di dalamnya diperkenalkan tabel trigonometri India pertama tentang sinus, teknik algoritma aljabar, dan persamaan diferensial.

Tak hanya dalam bidang matematika, kitab ini juga membahas perhitungan astronomi yang akurat berdasarkan sistem heliosentris

gravitasi. Dijelaskan mengenai posisi matahari dan bulan, bagaimana gerhana terjadi. Aryabhata mampu menghitung waktu satu tahun kalender dengan akurat. Sesuatu yang luar biasa untuk ilmuwan pada masa itu. Dia juga mengatakan bahwa bumi berbentuk bola berputar pada porosnya sekaligus berputar mengelilingi matahari. Padahal para ilmuwan di Eropa membutuhkan waktu yang lama untuk menemuka teori bahwa bumi berputar mengelilingi matahari. Karena kepopulerannya, kitab ini diterjemahkan ke dalam bahasa Arab pada abad ke-8 M, dan kemudian dalam bahasa Latin pada abad ke-13 M.

Kontribusi lain dari Aryabhata adalah dalam penentuan nilai π (pi). Ia menghitung nilai π yang besarnya sekitar $62832/20000$ atau 3,1416. Untuk menghormati Aryabhata, pemerintah India membuat satelit yang dinamakan Aryabhata dan merupakan satelit pertama India yang sukses diluncurkan pada tahun 1975.

Brahma Gupta

Brahma Gupta hidup pada 598 sampai 660 M. Lahir di Bhinmal, Rajasthan, India dan menghabiskan sebagian besar hidupnya pada masa pemerintahan Raja Vyaghramukha. Ia bekerja sebagai kepala observatorium astronomi di pusat matematika India. Tempat ini telah menghasilkan banyak karya dan mengeluarkan ahli matematika luar biasa.

Kontribusi Brahma Gupta dalam bidang matematika adalah dengan memperkenalkannya beberapa sifat bilangan nol. Menurutnya, suatu bilangan bila dijumlahkan dengan nol adalah tetap. Demikian pula sebuah bilangan bila dikalikan dengan nol akan menjadi nol. Dia juga mengembangkan operasi matematika menggunakan nol, menulis aturan untuk nol melalui penambahan dan pengurangan, dan menggunakan nol dalam sebuah persamaan.

Selain ahli matematika, Brahma Gupta juga seorang astronom. Dia adalah orang pertama yang menggunakan matematika untuk memprediksi posisi planet-planet, waktu dari gerhana bulan dan gerhana matahari. Dia juga menerangkan tentang adanya "gravitasi." Yaitu kejadian sebuah benda yang jatuh ke bumi seolah-olah benda tersebut ditarik ke

permukaan tanah dan kecepatan jatuhnya benda tersebut semakin lama semakin cepat.

7.6 Sebaiknya Anda Tahu...

Siapakah yang mengembangkan teori himpunan?

Matematikawan Jerman George Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918 M) merupakan orang yang paling terkenal yang mengembangkan teori himpunan. Karyanya *Mathematische Annalen* merupakan pengantar dasar teori himpunan, yang di dalamnya ia membangun sebuah hierarki himpunan tak hingga sesuai dengan bilangan kardinalnya. Secara khusus, menggunakan pasangan satu demi satu, ia menunjukkan bahwa bilangan real memiliki kardinal yang lebih tinggi dibandingkan himpunan pecahan rasional.

Tidak seperti kebanyakan pokok bahasan dalam matematika, teori himpunan Cantor merupakan ciptaannya sendiri. Akan tetapi seperti kebanyakan pemikir revolusioner yang cemerlang sepanjang sejarah, gagasan-gagasannya banyak dikritik oleh tokoh-tokoh di zamannya. Penentangan tersebut berkontribusi pada beberapa kerusakan saraf yang dideritanya selama 33 tahun terakhir hidupnya, yang berakhir tragis di sebuah rumah sakit jiwa.

-oo0oo-

BAB 8

MATEMATIKA PADA MASA KEJAYAAN ISLAM

Abu Yusuf Ya'kub bin Ishak Al-Kindi dilahirkan di Kuffah pada 809 M. Al-Kindi berasal dari keluarga kaya dan terhormat yang hidup pada masa pemerintahan Bani Abbasiyah. Ilmuwan muslim yang sering dijuluki Al-Kindus oleh bangsa Barat ini memiliki ketekunan dalam belajar sejak usianya masih belia. Melihat ketekunan Al-Kindi, ayahnya memutuskan mengirim Al-Kindi ke Basrah untuk belajar lebih lanjut. Setelah menyelesaikan sekolahnya di Basrah, ia melanjutkan belajarnya ke kota Baghdad. Ketika berada di Baghdad, ia dikenal sebagai ilmuwan muda yang berwawasan luas. Di samping menguasai Bahasa Persia, Al-Kindi juga mampu menguasai Bahasa Yunani, Ibrani, dan India. Ia juga memahami ilmu filsafat, kimia, kedokteran, ilmu falak, ilmu hitung, geometri, ilmu agama, dan logika.

Al-Kindi memiliki kontribusi besar dalam studi astronomi karena keahliannya dalam bidang geometri. Bersama Al-Khawarizmi dan Banu Musa, Al-Kindi diberi tugas oleh Khalifah Al-Ma'mun untuk me-nerjemahkan karya-karya filosof Yunani ke dalam bahasa Arab. Tidak hanya itu, berkat kemampuannya dalam bidang matematika, Al-Kindi juga diminta untuk melakukan analisis kriptologi yang merupakan ilmu persandian suatu teks sehingga hanya dapat dimengerti bila diketahui kuncinya. Semua teknik dasar Al-Kindi masih dipakai hingga kini, termasuk di salah satu badan intelejen Amerika yaitu National Security Agency (NSA) yang mempekerjakan ribuan matematikawan untuk mengurai teks-teks bersandi yang ada di internet.



Sumber: Abboud, T. (2006). *Al-Kindi: The Father of Arab Philosophy*. New York: The Rosen Publishing Group, Inc.

Gambar 8.1 *Al-Kindi*

Abad pertengahan merupakan zaman keemasan Islam karena terjadi penyebaran Islam yang luar biasa. Pada abad ini, muncul berbagai peristiwa besar yang turut mengubah tatanan kehidupan umat Islam, salah satunya adalah perkembangan matematika.

Islam yang dibawa oleh Nabi Muhammad SAW berhasil memperluas pengaruhnya hingga ke Persia, Afrika Utara dan Spanyol. Ada kebanggaan tersendiri pada masa itu, saat interaksi kaum muslim dengan peradaban besar lain berjalan sangat intensif. Mereka sangat apresiatif dan terbuka terhadap karya-karya yang dihasilkan oleh peradaban lain seperti Yunani, India, Cina dan Persia. Kondisi ini membuat umat Islam sangat peduli terhadap ilmu pengetahuan.

Langkah strategis yang dilakukan umat Islam guna memajukan ilmu pengetahuan adalah dengan menerjemahkan literatur-literatur asing dari Yunani, Amarik (sekarang Suriah), dan India ke dalam Bahasa Arab. Sehingga, orang Arab yang memiliki rasa ingin tahu yang tinggi dan minat belajar yang besar, akan menjadi penerima dan pewaris peradaban bangsa-bangsa yang lebih tua dan berbudaya yang akan mereka temui. Di Suriah, mereka menyerap peradaban Amarik yang telah ada sebelumnya, yang

dipengaruhi oleh Yunani. Di Irak, mereka juga mengadopsi peradaban serupa yang telah dipengaruhi oleh Persia.

Tiga perempat abad setelah berdirinya Baghdad, dunia literatur Arab telah memiliki karya-karya filsafat utama Aristoteles, karya para komentator neo-Platonis, serta karya-karya ilmiah Persia dan India. Waktu beberapa puluh tahun kemudian, para sarjana Arab telah menyerap ilmu dan budaya yang dikembangkan selama berabad-abad oleh orang Yunani.

Abad ke-9 M merupakan puncak dari masa penerjemahan karya-karya ilmiah. Para sarjana muslim tidak berhenti hanya pada penyerapan ilmu, tetapi juga bersemangat mengembangkannya sendiri sehingga berhasil menciptakan berbagai penemuan baru di bidang matematika. Hampir 1000 tahun setelah itu, hal serupa dilakukan oleh bangsa Jepang melalui Restorasi Meiji.

Gerakan penerjemahan berlangsung dalam tiga fase. Fase pertama berlangsung pada masa khalifah al-Mansur dan putranya Harun al Rasyid, dengan fokus menerjemahkan karya-karya bidang astronomi dan *mantiq*. Fase kedua pada masa khalifah al-Ma'mun. Kegiatan penerjemahan difokuskan pada bidang filsafat dan kedokteran. Kegiatan penerjemahan pada fase ini berakhir hingga tahun 300 H. Memasuki tahun 300 H, merupakan fase ketiga kegiatan penerjemahan dengan fokus pada ilmu pengetahuan secara umum.

Kebangkitan intelektual di Negara Arab juga didukung oleh industri kertas yang ditemukan di Cina. Selanjutnya, dengan menggunakan tenaga-tenaga tawanan perang dari Cina, pabrik kertas berhasil didirikan di Kota Baghdad tahun 794 M. Beberapa tahun kemudian, Mesir juga mendirikan pabrik kertas, mirip dengan pabrik kertas yang ada di Baghdad. Akibat didirikannya pabrik kertas tersebut, pemikiran para ilmuwan matematika dapat dibukukan dengan baik. Hal ini menjadikan buku-buku matematika karya para ilmuwan muslim dapat diakses dengan mudah oleh masyarakat Islam kala itu. Bahkan keadaan ini mendorong orang-orang Eropa ramai-ramai berkunjung ke Arab untuk ikut menikmati rangkaian perkembangan ilmu pengetahuan.

Tersedianya kertas juga turut mendorong masyarakat muslim untuk membangun sekolah. Kegiatan persekolahan yang pada mulanya hanyalah bagian dari kegiatan masjid yang disebut Kutab dengan materi terbatas pada baca tulis pelajaran agama dan Bahasa Arab, berubah dengan adanya tambahan seperti aritmetika. Meskipun pendidikan seperti yang dilaksanakan di *Kutab* awalnya tidak memiliki jenjang yang jelas, kehadirannya telah menciptakan "tradisi akademis" yang sehat bagi kemajuan masyarakat muslim.

Anak-anak terpandai di kelasnya atau yang telah hafal Al Qur'an, saat itu didudukkan di atas unta, kemudian dituntun berpawai keliling kota. Masyarakat akan merasa bangga kepada mereka dan melemparinya dengan buah "badam" sebagai tanda kasih sayang dan suka cita. Anak-anak yang telah hafal satu juz juga diberikan waktu untuk libur. Itulah model apresiasi yang dilakukan pemerintahan Islam kala itu.

Masyarakat luas juga sangat menghargai orang yang dapat membaca dan menulis, bisa menggunakan busur dan panah, dan pandai berenang. Orang semacam itu mereka sebut dengan orang yang sempurna (*al-kamil*). Kemampuan berenang sangat dihargai terutama bagi mereka yang hidup di daerah pantai Mediterania. Nilai-nilai utama yang ditanamkan dalam pendidikan sebagaimana terungkap dalam berbagai literatur adalah keberanian, daya tahan saat tertimpa musibah (*shabr*), menaati hak dan kewajiban tetangga (*jiwar*), menjaga harga diri (*muru'ah*), kedermawanan dan keramahtamahan, penghormatan terhadap perempuan dan pemenuhan janji.

Para khalifah juga memerintahkan kepada para guru agar mengutamakan pelajaran berenang dan membiasakan kepada para murid-muridnya untuk tidak banyak tidur. Pelajaran moral paling pertama yang perlu ditanamkan kepada anak didiknya adalah kebencian terhadap senda gurau. Sebab menurutnya, senda gurau berasal dari setan dan akan mendatangkan murka Allah SWT.

Ketika itu peradaban Eropa masih tenggelam dalam kegelapan dan kebodohan. Islam memasuki Eropa melalui Andalusia di Spanyol. Masuknya Islam ke Andalusia dan Eropa tidak hanya melalui wilayah penaklukan semata, melainkan juga membawa ilmu pengetahuan yang secara signifikan mampu memengaruhi peradaban Andalusia dan Eropa.

Pada abad ke-7 M, di bawah kekhalifahan Bani Umayyah, Andalusia akhirnya memegang kendali penting. Hal ini dikarenakan Andalusia merupakan satu-satunya negara Eropa yang paling maju, kaya, dan padat penduduknya. Sementara, kota-kota besar lainnya seperti Cordoba, Granada dan Toledo mulai dibangun dan dijadikan sebagai pusat kegiatan intelektual dan Cordoba dibangun sebuah perpustakaan terbesar kala itu.

8.1 Dinamika Intelektual Era Harun Ar-Rasyid dan Al-Ma'mun

Puncak kegiatan intelektual terjadi pada masa kepemimpinan khalifah Harun Ar-Rasyid dan putranya Al-Ma'mun. Masa pemerintahan Harun Ar-Rasyid yang berlangsung selama 23 tahun merupakan permulaan zaman keemasan (*golden ages of Islam*) bagi sejarah dunia Islam. Khalifah yang arif tersebut berkomitmen mengembangkan ilmu pengetahuan. Untuk merealisasikannya, Harun Ar-Rasyid membangun *Baitul Hikmah* di Baghdad. Tempat ini berfungsi sebagai biro penerjemahan, perpustakaan dan pusat kajian akademis. Di *Baitul Hikmah* juga disimpan karya-karya orisinal dari bahasa Yunani, Sanskerta, dan Persia serta terjemahannya.

Komitmen untuk mengembangkan ilmu pengetahuan era Harun Ar-Rasyid pun semakin tegas. Para ilmuwan sering diundang ke istana oleh khalifah untuk berdiskusi tentang berbagai ilmu pengetahuan, termasuk matematika. Buku-buku matematika hasil terjemahan, dikaji dan didiskusikan secara mendalam kemudian dianalisis, dikembangkan untuk mendapatkan berbagai varian ilmu baru. Inilah tradisi yang paling berpengaruh dalam menciptakan tradisi keilmuan yang kondusif selama masa kekhalifahan Harun Ar-Rasyid. Melalui kegiatan inilah, abad

penerjemahan telah meletakkan dasar abad pencerahan pengetahuan Islam di dunia Timur.

Para ilmuwan muslim yang telah mengkaji dan meneliti matematika menghasilkan berbagai pemikiran yang kemudian ditulis pada sebuah kertas. Karya-karya mereka kemudian dibukukan dan digandakan untuk disebarkan. Buku-buku matematikapun dengan cepat menyebar ke seluruh dunia Islam. Budaya menulis ini memberikan nuansa ilmiah yang khas. Sebab, saat itu masih jarang ada kebudayaan lain di mana dunia tulis menulis memainkan peranan yang begitu penting seperti dalam peradaban Islam.

Tradisi di atas diteruskan oleh Al-Ma'mun. Sebagaimana ayahnya, ia juga merupakan patron ilmu pengetahuan yang handal. Dunia ilmu mendapat kedudukan tertinggi. Buku-buku hasil terjemahan disimpan dengan baik di perpustakaan. Koleksi *Baitul Hikmah* semakin dilengkapi, dengan dipenuhi ribuan buku, seperti buku sejarah Islam dan nabi, buku terjemah, buku ilmiah dan falak, buku kimia, kedokteran, filsafat, sastra dan matematika. *Baitul Hikmah* juga mengoleksi berbagai literatur pengetahuan yang tidak saja terbatas pada karya-karya yang berbahasa Arab, namun juga karya-karya asing yang berasal dari luar Arab.

Selain itu, *Baitul Hikmah* digunakan sebagai tempat untuk bertukar pikiran dan berdebat masalah keilmuan, sehingga membantu dalam menciptakan suasana keilmuan yang kondusif. Dari diskusi ini munculah berbagai pemikiran kreatif dari para ilmuwan untuk mengembangkan matematika.

Untuk menunjang kegiatan intelektual di atas, Al-Ma'mun mendirikan pula observatorium di Baghdad. Tempat ini dijadikan sarana untuk penelitian dalam bidang astronomi dan matematika, karena dalam perkembangannya kedua disiplin ilmu ini senantiasa berkaitan. Pada akhirnya melahirkan banyak pakar astronomi di dunia Islam dan juga pakar di bidang matematika. Seperti Al Khawarizmi, Ibnu Abu Ubaida dari Valencia, Maslama Al Majriti dari Andalusia dan Umar Khayyam yang kesemuanya ahli matematika dan juga seorang astronom.

Ikhtisar dari penjelasan di atas menunjukkan bahwa perkembangan matematika pada masa kejayaan Islam sudah mencapai kemajuan dan prestasi yang mengagumkan. Hal itu didukung pula dengan adanya manuskrip matematika terjemahan dari Yunani, Persia, India dan sebagainya. Selain itu ditunjang dengan munculnya karya yang dihasilkan oleh para matematikawan muslim yang telah mengembangkan kegiatan intelektual melalui ketekunan dalam menggali ilmu matematika dan mengembangkannya.

8.2 Para Sarjana Matematika Muslim

Matematika merupakan cabang ilmu yang paling dikuasai oleh para sarjana muslim dengan penemuannya yang mencengangkan dibandingkan cabang ilmu lainnya. Padahal, saat itu pikiran umat manusia di belahan dunia lain masih dipenuhi oleh berbagai takhayul yang jauh dari rasionalitas. Tidak berlebihan jika ilmu yang satu ini dianggap berasal dari Arab.

Matematikawan Arab yang paling terkemuka adalah Muhammad bin Musa Al-Khawarizmi. Profil dan ulasan tentang Al-Khawarizmi telah diulas pada bab sebelumnya. Oleh karena itu, bab ini akan mengulas sisi lain dari Al-Khawarizmi serta sarjana matematika lain, di antaranya: Al-Karaji, Al-Kashi, Al-Baghdadi, dan Omar Khayyam,

1. Al-Khawarizmi

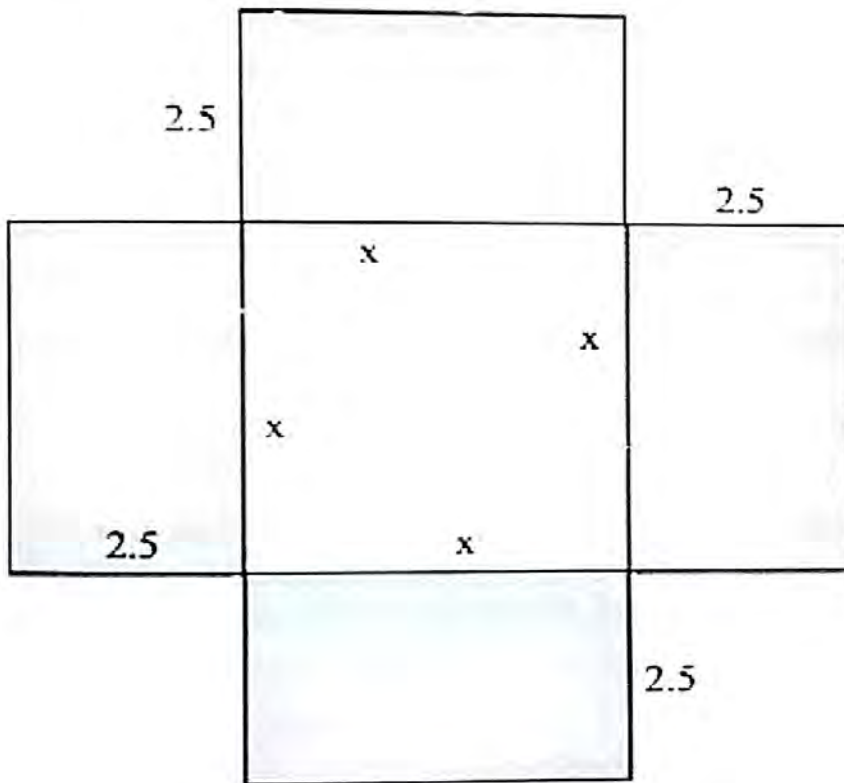
Al-Khawarizmi sangat dikenal sebagai orang yang ahli di bidang aljabar, bahkan istilah aljabar sendiri diambil dari judul bukunya *Hisab al-Jabr wa'l-Muqabalah*, ditulis sekitar tahun 825 M. Dalam buku itu, Al-Khawarizmi mendefinisikan *jabr* sebagai transposisi dari satu sisi sebuah persamaan ke sisi yang lain untuk menyeimbangkan persamaan dengan menambahkan bilangan dengan kuantitas yang sama pada kedua sisi. Misalnya mengubah persamaan $x^2 - 12x = 40x - 4x^2$ menjadi $5x^2 - 12x = 40x$. Sedangkan *muqabalah* diartikan sebagai penyederhaan dari bentuk persamaan aljabar yang dihasilkan, seperti mereduksi $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$ menjadi $21 + x^2 = 7x$.

Buku lain yang dianggap penting karya Al-Khawarizmi adalah *Trattarid' Arithmetica*, terbit di Roma pada 1850 M. Buku tersebut membahas beberapa soal hitungan, asal usul angka, dan sejarah angka yang sekarang ini digunakan. Saat ini buku tersebut telah disalin ke dalam bahasa Latin.

Al-Khawarizmi mengklasifikasikan persamaan dalam enam tipe, tiga di antaranya macam-macam persamaan kuadrat sekaligus langkah penyelesaiannya. Ketiga tipe persamaan kuadrat tersebut: (1) *squares and roots equal to numbers* ($x^2 + bx = c$); (2) *squares and numbers equal to roots* ($x^2 + c = bx$); dan (3) *roots and numbers equal to squares* ($bx + c = x^2$).

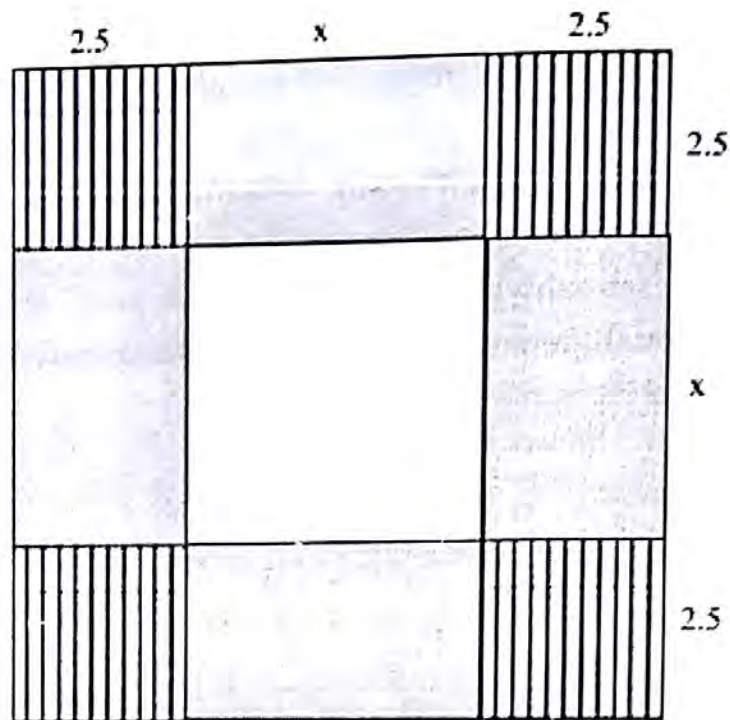
Pada saat menyelesaikan ketiga persamaan kuadrat tersebut, Al-Khawarizmi menggunakan teknik aljabar dan teknik geometri. Misalnya, dalam menentukan penyelesaian dari tipe persamaan kuadrat berbentuk $x^2 + c = bx$, Al-Khawarizmi menentukan nilai x dengan cara: (1) menghitung nilai setengah dari b sehingga menjadi: $(\frac{1}{2}b)$; (2) mengkuadratkan nilai dari setengah b tersebut sehingga menjadi: $(\frac{1}{2}b)^2$; (3) mengurangkan $(\frac{1}{2}b)^2$ dengan konstanta c sehingga menjadi: $(\frac{1}{2}b)^2 - c$; (4) menentukan akar kuadrat dari $(\frac{1}{2}b)^2 - c$, sehingga menjadi: $\sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$; dan (5) menambahkan atau mengurangkan $(\frac{1}{2}b)$ yang telah ditemukan sebelumnya dengan $\sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$, sehingga menjadi: $\frac{1}{2}b + \sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$ atau $\frac{1}{2}b - \sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$. Namun pada saat itu, Al-Khawarizmi (umumnya bangsa Arab) belum mengenal bilangan negatif, sehingga seluruh penyelesaian yang ditemukan pasti berakar positif. Keseluruhan tipe persamaan kuadrat beserta langkah-langkahnya oleh Al-Khawarizmi masih ditulis dalam bahasa verbal tanpa ada simbol yang digunakan, seperti yang dilakukan oleh bangsa Babylonia.

Pada saat menuliskan langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadratnya, Al-Khawarizmi memberikan alasan menggunakan teknik geometri *cut and paste* layaknya bangsa Babylonia. Namun hanya beberapa langkah dari teknik tersebut yang digunakan oleh Al-Khawarizmi. Misalnya, untuk menyelesaikan persamaan $x^2 + 10x = 39$, Al-Khawarizmi menggambarkan sebuah persegi dengan panjang sisi x , kemudian menambahkan 4 buah persegi panjang yang ekuivalen dengan panjang 2,5 dan lebar x sebagai berikut.



Gambar 8.2 Persegi dengan Sisi x dan Persegi Panjang $2,5 \times x$

Jika pada setiap ujung persegi panjang ditarik ruas garis dengan panjang 2,5, maka akan terbentuk 4 persegi seperti gambar berikut.



Gambar 8.3 Persegi Baru dengan Sisi $2,5 + 2,5 + x = 5 + x$

Bila diketahui $x^2 + 10x = 39$, maka luas persegi baru dengan sisi $5 + x$ adalah $39 + 4 \cdot (2,5)^2 = 39 + 4 \cdot (6,25) = 39 + 25 = 64$. Karena luas persegi baru adalah 64, maka panjang sisi persegi adalah 8 dan nilai $x = 8 - 2,5 - 2,5 = 3$.

Penyelesaian tersebut merupakan salah satu cara penyelesaian Al-Khawarizmi secara geometris. Hal lain yang membedakan Al-Khawarizmi dengan bangsa Babylonia adalah permasalahan yang dituliskannya. Al-Khawarizmi tidak hanya menentukan panjang dan lebar suatu bangun segi empat, akan tetapi ia telah mampu menggunakan permasalahan secara abstrak.

2. Omar Khayyam

Nama lengkapnya Ghiyath al-Din Abu'l-Fath Omar *ibn* Ibrahim al-Nisaburi al-Khayyami. Lahir di kota Naishapur Persia (sekarang Iran) pada 1048 M. Di kota ini pula ia menutup usianya pada 1123 M.

Khayyam dalam bahasa Arab berarti pembuat tenda. Nama tersebut disematkan pada Omar Khayyam, sebab ia berasal dari keluarga yang berprofesi sebagai pembuat tenda. Omar Khayyam merupakan seorang

ahli matematika, astronomer, dan filsuf. Namun kemampuannya dalam bersyair membuat Omar Khayyam juga dikenal sebagai seorang penyair dengan salah satu karyanya yang termasyhur berjudul *Rubaiyat*.

Omar Khayyam dikenal sebagai pemuda yang luar biasa cerdas. Dalam usianya yang belum genap 25 tahun, ia telah mampu menulis banyak buku tentang aritmetika, aljabar, dan musik. Sehubungan dengan hal itu, ia mendapatkan julukan *Tent Maker* dari para ilmuwan semasanya.

Kecemerlangan nama Omar Khayyam mampu menarik perhatian Sultan Malik Syah. Suatu ketika, Sultan menawarkan kedudukan tinggi di istana pada Khayyam, namun ditolaknyanya dengan sopan. Khayyam lebih memilih menekuni dunia ilmu pengetahuan dibandingkan menjadi pejabat. Akhirnya, Khayyam pun diberi fasilitas oleh Sultan berupa dana yang besar untuk membiayai penelitian khususnya di bidang matematika dan astronomi. Sultan juga mendirikan sebuah observatorium yang megah, tempat Khayyam mempersiapkan dan menyusun sebuah tabel astronomi di kemudian hari.

Omar Khayyam adalah orang pertama yang menemukan teori umum dari persamaan berderajat tiga (kubik). Ia menyatakan suatu persamaan berderajat tiga dapat memiliki lebih dari satu penyelesaian. Ia mampu menunjukkan bagaimana sebuah persamaan berderajat tiga memiliki dua solusi, namun masih gagal menunjukkan persamaan berderajat tiga memiliki tiga solusi sekaligus.

Dalam bukunya berjudul *Risala fi'l-barahin 'ala masa'il al-Jabr wa'l-Muqabala*, Omar Khayyam memperkenalkan lebih dari dua puluh jenis persamaan derajat tiga dan memberikan cara alternatif dalam menyelesaikan suatu persamaan berderajat tiga. Omar Khayyam menggunakan pendekatan geometri melalui belahan kerucut. Ia menentukan penyelesaian persamaan derajat tiga melalui titik potong sebuah parabola yang dipotong oleh sebuah lingkaran. Karya Omar Khayyam ini selanjutnya pada abad XVII menginspirasi Rene Descartes dalam merelasikan geometri dan aljabar.

3. Al-Kashi

Nama lengkap Al-Kashi adalah Ghiyal al-Din Jamshid bin Mas'ud bin Muhammad Al-Kashi. Sejak awal, namanya telah dikenal sebagai ahli matematika, terutama kalkulus. Berbekal kecerdasannya, Al-Kashi berhasil menyelesaikan masa pendidikannya dengan cepat. Ia pun menjadi guru besar ilmu matematika dan astronomi di Universitas Samarkhan.

Al-Kashi juga berhasil menulis sejumlah buku matematika yang sangat detail dan bermutu tinggi. Prestasi lainnya, ia bisa menunjukkan cara menghitung akar berpangkat, yang tersohor dengan nama *Raffini Horner*, dan menghitung segitiga pascal. Dalam bukunya tersebut, Al-Kashi juga melampirkan sejumlah tabel aritmatika yang masih bermanfaat hingga saat ini.

Al-Kashi juga membuat sebuah tulisan pendek tentang pengenalan pecahan desimal, yang kemudian menjadi teks pertama yang membahas masalah tersebut. Tulisan pendek yang berjudul *Kususr A'Shariyya* ini termuat dalam *Al-Fawahid Al-Baliya fi Al-Hisabiyya*.

Di bidang astronomi, al-Khasi menghasilkan sejumlah karya seperti *Sullanus Samai*, *risalah al-Mulithal*, *Nishabul Qalri ila Mulith*, *Risalah al-Witr wa al-Jaib* dan kitab *Nuzhah a-Hadaiq*. *Sullanus Samai* merupakan sebuah buku yang membahas masalah ukuran dan jarak benda-benda langit. *Risalah al-Mulithal* dan *Nishabul Qalri ila Mulith* adalah sebuah risalah tentang alam sekitar. Sedangkan, *Risalah al-Witr wa al-Jaib* adalah sejenis tulisan singkat yang membahas tentang sisi miring atau garis serong. Kitab *Nuzhah a-Hadaiq* merupakan sebuah buku yang menerangkan cara membuat penanggalan bintang, menentukan jarak bumi ke bintang, dan hal-hal lain yang berkaitan.

Al-Kashi adalah seorang ilmuan cerdas yang mampu menunjukkan kaidah hukum yang tepat untuk menyelesaikan suatu sistem, membuat sejumlah tabel bantu untuk berbagai perhitungan, membahas tuntas masalah trigonometri dan aljabar. Selain itu, ia juga mampu mencari penyelesaian alternatif dari sejumlah persamaan yang sukar dipecahkan.

Al-Kashi meninggal dunia pada tanggal 22 Januari 1429 (19 Ramadhan 832 H) di Samarkhan (sekarang Uzbekistan).

4. Tsabit bin Qurrah

Ilmuwan muslim yang merupakan penerus Al-Khawarizmi adalah Tsabit bin Qurrah. Ia lahir di Harran, Mesopotamia tahun 833 M. Terjemahannya terhadap karya ilmuwan Yunani seperti Euclides, Archimedes, dan Ptolomeus menjadi karya aslinya dalam matematika di dunia Timur. Hasil pemikiran ilmuwan Yunani ini menginspirasinya untuk melakukan kajian terhadap matematika dengan mengembangkan dalil-dalil baru.

Salah satu karya Tsabit dibidang geometri adalah bukunya yang berjudul *The Composition of Ratios* (komposisi rasio). Dalam buku tersebut, ia mengaplikasikan antara aritmetika dengan rasio kuantitas geometri. Tsabit telah menjadikan matematika sebagai alat untuk menemukan ilmu-ilmu lain yang saling menyempurnakan antara satu dengan yang lain. Termasuk dalam karyanya *The composition of Ratios* yang merupakan pengaplikasian dari konsep yang pernah ia tulis dari teori bilangan.

5. Al-Baghdadi

Al-Baghdadi memiliki nama lengkap Abu Mansur abd al-Qahir bin Tahir bin Muhammad bin Abdallah al-Tamimi al-Shafi al-Baghdadi. Ia dilahirkan dan dibesarkan di Baghdad tetapi meninggalkan kota itu untuk pergi ke Nisyapur. Al-Baghdadi pergi ke Nisyapur (sebuah kota di Uzbekistan) tidak sendirian, melainkan bersama ayahnya bernama Al-Baghdadi yang telah menjadi orang kaya. Ia adalah seorang matematikawan Arab dari Baghdad yang terkenal karena risalah *al-Takmila fi'l-Hisab*. Risalah tersebut berisi tentang hasil dalam teori bilangan.

Al-Baghdadi sadar bahwa dia membutuhkan tempat yang lebih damai dan tenang untuk melanjutkan hidupnya sebagai seorang guru, ilmuwan maupun pelajar. Kota tersebut mempunyai suasana dan kondisi yang lebih tenang dan tentram. Sehingga Al-Baghdadi mampu melakukan kegiatan mengajar dan belajar di lingkungan yang lebih damai dan tidak dipusingkan dengan berbagai macam pertikaian suku maupun kelompok

agama. Masyarakat di Nisyapur sangat mengormati dan menghargai Al-Baghdadi sebagai seorang guru besar dan cendekiawan besar. Sehingga masyarakat Nisyapur merasa sangat sedih kehilangan cendekiawan besar tersebut yang meninggalkan kota mereka.

Al-Baghdadi menulis dua buku tentang matematika: kitab *fi'l-misaha* yang membahas tentang ukuran panjang, luas area, dan volume. Kitab lainnya adalah *Al-Takmila fi'l-Hisab*. *Al-Takmila fi'l-Hisab* adalah sebuah karya di mana Al-Baghdadi mempertimbangkan sebuah sistem yang berbeda dari aritmetika. Sistem ini berasal dari menghitung dengan jari, sistem sexagesimal dan aritmetika dari angka India. Dia juga mempertimbangkan aritmatika dari bilangan irasional dan aritmetika bisnis yang dimulai dengan berbagai macam masalah-masalah bisnis dan berakhir dengan dua bab tentang keingintahuan yang akhirnya mendapat tempat pada buku modern terkait masalah rekreasi atau prinsip Modulo.

Berdasarkan uraian sebelumnya, perkembangan matematika pada masa kejayaan Islam menunjukkan kemajuan dan prestasi yang mengagumkan dalam tradisi ilmiah. Selain ditunjang dengan adanya buku-buku matematika terjemahan dari Yunani, Persia, India dan sebagainya, juga ditunjang adanya karya yang dihasilkan oleh para matematikawan muslim. Sebab, para intelektual muslim juga mengembangkan kegiatan intelektual melalui ketekunan dalam menggali ilmu matematika dan mengembangkannya.

8.3 Sebaiknya Anda Tahu...

Dari mana asal simbol plus (+) dan minus (-)?

Salah satu buku pertama yang menggunakan tanda plus dan minus ditulis pada 1489 M, oleh Johann Widmann yang berjudul *Mercantile Arithmetic*. Awalnya, ia menggunakan tanda + dan - untuk menunjukkan kelebihan dan kekurangan dalam urusan bisnis. Akan tetapi, beberapa sejarawan percaya tanda + pada awalnya berkembang dari bahasa Perancis *et*, atau "dan," karena "e" dan "t" menyerupai tanda +.

Meskipun tanda-tanda tersebut mungkin digunakan sebelumnya dalam matematika umum, orang pertama yang diketahui telah menggunakan simbol + dan - dalam pernyataan aljabar, hidup pada awal 1500-an: matematikawan Belanda, Vander Hoeke. Simbol tersebut akhirnya menjadi lazim digunakan di Inggris ketika buku karya Robert Recorde (1510-1588) berjudul *The Whetstone of Witte* diterbitkan. Buku ini merupakan buku yang sama yang berperan mengungkap munculnya tanda sama dengan (=) dalam matematika

-oo0oo-

BAB 9

ZAMAN RENAISSANCE

Rene Descartes juga dikenal sebagai Renatus Cartesius. Ia seorang filsuf dan matematikawan yang berasal dari Perancis. Lahir di La Haye, Perancis pada 31 Maret 1596 dan meninggal di Stockholm, Swedia pada 11 Februari 1650. Rene Descartes lahir dari sebuah keluarga borjuis. Ayahnya ketua Parlemen Inggris yang memiliki tanah yang cukup luas (borjuis). Ketika ayahnya meninggal, ia mendapat tanah warisan yang cukup luas yang kemudian dijual dan diinvestasikan uangnya oleh Rene Descartes untuk menggapai cita-citanya. Pada tahun 1604, ia bersekolah di Universitas Jesuit di La Fleche. Dari pendidikan ini, tampaknya telah memberikan dasar-dasar matematika modern walaupun sebenarnya program studi yang ditempuhnya dalam bidang hukum.

Ketika Rene Descartes pergi ke Paris, ia melihat kehidupan sosial di sana membosankan. Akhirnya, dia memutuskan untuk mengasingkan diri ke daerah terpencil di Perancis yaitu Faubourg, untuk menekuni geometri. Rene Descartes mendapat julukan "Penemu Filsafat Modern."

Rene Descartes juga dijuluki sebagai "Bapak Matematika Modern." Julukannya sebagai bapak matematika modern diberikan atas kontribusinya sebagai pencipta sistem koordinat kartesius, yang mempengaruhi perkembangan kalkulus modern. Julukan ini diberikan karena ia dianggap sebagai salah satu pemikir paling penting dan berpengaruh dalam sejarah barat modern.

Pemikiran Rene Descartes membuat sebuah revolusi filsafat di Eropa karena pendekatan pemikirannya yang menyatakan bahwa segala sesuatu tidak ada yang pasti, kecuali kenyataan bahwa seseorang bisa berfikir.



Sumber: Swetz, F.J. (1994). *Learning Activities from the History of Mathematics*. Portland: J. Weston Walch, Publisher.

Gambar 9.1 Rene Descartes

Setelah mengalami masa keemasan sejak abad ke-VII, di penghujung abad XI negara Arab mulai mengalami kemunduran dalam berbagai hal. Masyarakat tenggelam dalam perpecahan dan pertikaian, jauh dari persatuan nasional. Bahkan dalam berbahasapun mereka tidak memiliki kesamaan dan persatuan nasional. Terdapat berbagai golongan di negara Arab, antara lain: golongan Drussis di selatan Lebanon, kelompok Nusairiyah di pegunungan sebelah utara, kelompok Ismailiyah, dan kelompok Hasyasyin membentuk tiga kelompok muslim dari golongan Islam awalnya. Kondisi tersebut memicu wilayah-wilayah yang dahulu ditaklukkan oleh umat Islam kembali lagi merebut kekuasaannya. mendapat serangan dari berbagai pihak yang ingin merebut kembali wilayah kekuasaannya. Dari sebelah Timur Laut Tengah, mendapat serangan dari tentara Salib dalam kurun waktu dua abad. Di Andalusia umat Islam di usir oleh umat Kristen di bawah pimpinan Ferdinan I. Di wilayah Timur, kekuasaan khalifah Abbasiyah direbut oleh Sultan Buwaihi yang selanjutnya oleh Bani Saljuk. Kemunduran Islam pun semakin lengkap seiring dengan datangnya bangsa Mongol yang menghancurkan Baghdad.

9.1 Merosotnya Kegiatan Intelektual Umat Islam

Seiring kemunduran di dunia Islam, transformasi intelektualpun dimulai. Terdapat beberapa jalur yang digunakan sebagai sarana penyebaran ilmu pengetahuan dari dunia Islam ke Eropa. Salah satunya melalui peradaban Islam di Andalusia Spanyol. Sebab, Andalusia waktu itu menjadi pusat peradaban Islam yang sangat penting, sehingga banyak orang Eropa yang belajar kesana.

Mereka banyak belajar dan menerjemahkan berbagai karya orang-orang Islam. Setelah kembali ke negaranya masing-masing, mereka mendirikan universitas dengan meniru pola Islam dan mengajarkan ilmu-ilmu yang dipelajari dari universitas-universitas Islam. Namun seiring dengan kemunduran peradaban Islam, secara perlahan umat Islam juga kehilangan kekuasaannya di negara Andalusia.

Kondisi ini semakin mendorong gencarnya terjadinya peralihan keilmuan ke Eropa. Dimulai pada 1085 M, yakni ketika kota Toledo direbut oleh Raja Alfonso VI. Sehingga hilanglah pusat sekolah tinggi dan ilmu pengetahuan di sana. Akibat perebutan kekuasaan tersebut, ilmuwan-ilmuwan matematika beserta pusat sekolah tinggi dan pusat ilmu pengetahuan jatuh ke tangan umat Kristen.

Pada 1236 M, Cordoba sebagai pusat kegiatan intelektual pun jatuh ke tangan Raja Alfonso VII. Dengan demikian, maka hilang pula pusat kebudayaan Islam di Eropa. Kehilangan ini terus berlanjut pada kota-kota besar lainnya seperti Sevilla, Malaga dan Granada. Akhirnya umat Islam harus meninggalkan Eropa yang telah dibangun selama berabad-abad dan meninggalkan berbagai kemajuan, baik kemajuan peradaban maupun ilmu pengetahuan.

Setelah masa kekuasaan Islam di Andalusia berakhir, para penduduk asli Andalusia yang menjadi guru, dokter, ahli matematika dan filsafat dan pernah bekerjasama dengan umat Islam ditugaskan untuk tetap menjalankan tugasnya. Namun harus mengganti namanya dan berpindah keyakinan. Mereka mendapat tugas untuk menerjemahkan bidang ilmu yang dikuasainya ke dalam bahasa selain bahasa Arab agar dipahami oleh

orang-orang Eropa. Guru-guru asli yang berdiam di Andalusia diperintahkan untuk tetap menjalankan kewajiban mengajar di sekolah-sekolah dan perguruan tinggi.

Pulau Sisilia (Siqiliah) juga menjadi salah satu pintu gerbang transformasi intelektual Islam ke Eropa. Penguasaan Islam atas pulau ini berlangsung pada masa kekhalifahan al-Ma'mun (dipimpin Bani Aghlab). Selama 189 tahun, pulau Sisilia merupakan wilayah kekuasaan Bani Aghlab dengan ibu kota Palermo dan menguasai semenanjung Italia. Namun ketika kekuasaan Bani Aghlab melemah, daerah kekuasaannya di semenanjung Italia dan pulau Sisilia direbut kembali oleh raja Nurmandia, Roger I. Raja ini merebut kembali daerah tersebut sehingga pada 1090 M, penguasaan Bani Alghab berakhir. Setelah Italia lepas dari kekuasaan Islam melalui Sisilia, ilmu pengetahuan Islam meluas ke daratan Italia. Hal ini dimulai sejak didirikannya universitas Nepals oleh Raja Frederick II pada 1224 M sebagai perguruan tinggi pertama di Eropa. Di universitas ini, para pemimpin menghimpun naskah-naskah Arab dan buku Aristoteles untuk diterjemahkan dan dipelajari kemudian dimasukkan sebagai pelajaran di perkuliahan.

Jalur lain proses pertukaran peradaban antar dua peradaban adalah melalui perang Salib. Perang Salib menggambarkan reaksi orang Kristen di Eropa terhadap umat muslim di Asia yang telah menguasai wilayah Kristen sejak tahun 632 M. Militer Kristen menjadikan Salib sebagai simbol yang menunjukkan bahwa perang ini suci dan bertujuan membebaskan kota suci Baitul Maqdis (Yerusalem) dari orang-orang Islam. Tentara salib juga menghancurkan kota-kota muslim. Kondisi ini sangat mempengaruhi perkembangan ilmu pengetahuan termasuk matematika di dunia muslim.

Para sejarawan menganalisis berbagai sebab yang menjadi pemicu terjadinya perang Salib. *Pertama*, gaya hidup nomaden dan militeristik suku-suku Teutonik-Jerman yang telah mengubah peta Eropa sejak mereka memasuki babak sejarah. *Kedua*, permohonan kaisar Alexius Comnesus kepada Paus Urban II pada 1095 untuk membantunya, karena kekuasaannya di Asia telah diserang oleh Bani Saljuk di sepanjang pesisir Marmara. Serangan umat Islam tersebut telah mengancam kekuasaan

Konstantinopel. Mungkin, Paus memandang permohonan itu sebagai kesempatan untuk menyatukan kembali gereja Yunani dan gereja Roma, yang sejak 1009 hingga 1054 mengalami perpecahan.

Tentu saja, tidak semua orang yang membawa salib untuk mengikuti peperangan digerakkan oleh dorongan spiritual. Beberapa pemimpin mereka ingin mendapatkan kembali kekuasaan demi kepentingan mereka sendiri. Para sudagar dari Pisa, Venesia, dan Genoa tertarik untuk ikut serta dalam perang itu karena motif komersial. Bagi kebanyakan rakyat Perancis, Lorraine, Italia dan Sisilia yang tengah berada di bawah tekanan ekonomi dan sosial, perang Salib lebih menjadi salah satu bentuk pembebasan ketimbang hanya bentuk pengorbanan.

Bangsa Eropa menjadikan perang Salib sebagai jembatan pertukaran budaya dan mengalirnya ilmu pengetahuan dari dunia timur. Perang yang berlangsung selama dua abad ini menjadikan tentara Salib mulai menyesuaikan diri dengan kebudayaan, kemakmuran dan kemajuan ilmu pengetahuan bangsa Timur. Ketika tentara Salib sedang berkuasa, setiap ada pasukan Salib yang kembali ke Eropa, mereka selalu membawa produk peradaban Islam berupa buku-buku ilmiah, alat-alat kedokteran dan apa saja hasil kemajuan umat Islam. Dengan demikian, maka perang Salib merupakan salah satu jembatan tempat mengalirnya kebudayaan Islam di dunia timur ke Eropa. Melalui peristiwa perang Salib ini bangsa Eropa mengenal bentuk kebudayaan baru yang lebih maju dan membangkitkan semangat mereka untuk mendalami ilmu pengetahuan.

Selain melalui peperangan, jalur pendidikan juga memegang peranan penting dalam proses transisi mengalirnya ilmu pengetahuan di dunia Islam ke dunia barat. Beberapa universitas seperti Cordoba, Sevilla, Toledo, Valensia dan Granada yang ada di Andalusia banyak dikunjungi oleh pemuda Eropa. Sejak abad X, banyak mahasiswa dari berbagai negara di Eropa yang datang ke kota-kota tersebut untuk menimba ilmu pengetahuan (termasuk matematika) yang sudah cukup maju. Ketika bangsa Eropa telah berhasil mengambil alih kekuasaan Islam, para pelajar Eropa yang menimba ilmu di universitas Islam kemudian mendirikan universitas sendiri yang dimotori oleh para pelajar dan dukungan para

penguasa Kristen. Ilmu pengetahuan muslim memperkaya ilmu pengetahuan di universitas-universitas Eropa dan menjadi jalan pembuka untuk periode penerjemahan terhadap karya-karya matematikawan muslim.

Gerakan penerjemahan karya matematikawan muslim dilakukan secara besar-besaran ke dalam bahasa Latin. Orang-orang Mozareb sangat berperan dalam menerjemahkan karya-karya matematikawan muslim yang berbahasa Arab ke dalam bahasa Latin, karena mereka menguasai kedua bahasa tersebut dengan baik. Penerjemah-penerjemah di Baghdad banyak yang pindah ke Toledo, terutama yang berasal dari Yahudi. Karena di Toledo didirikan Sekolah Tinggi Terjemahan yang dipimpin oleh Raymon untuk memudahkan penyerapan ilmu-ilmu Arab dan menggalakkan kegiatan penerjemahan buku-buku bahasa Arab ke dalam bahasa Latin. Mereka rata-rata menguasai bahasa Arab, Yahudi, Spanyol dan Latin. Hal ini menunjukkan bahwa kemajuan ilmu pengetahuan oleh umat Islam di Baghdad juga turut menunjang keberlangsungan transformasi intelektual dari dunia timur ke dunia barat.

Buku-buku matematika yang diterjemahkan merupakan sisa dari peristiwa pembakaran perpustakaan Cordoba yang menyimpan banyak buku pengetahuan hasil temuan cendekiawan muslim oleh umat Kristen. Berbagai upaya yang dilakukan oleh bangsa Eropa, sehingga Toledo dijadikan sebagai pusat perkembangan ilmu pengetahuan yang berasal dari umat Islam ke Eropa. Teori-teori matematika yang ditemukan oleh cendekiawan muslim mulai di transformasikan ke Eropa pada abad XI dan XII. Banyak jalan yang membuat matematika sampai ke Eropa, di mana salah satunya melalui usaha Leonardo Pisano (Fibonacci) dan Abraham bar Hiyya yang memimpin penerjemahan buku yang ditulis oleh Al-Khawarizmi bersama dengan rekannya yang lain, yakni Robert Chester dan Gerard Cremona.

Pada 1224 M, Universitas Nopels dibangun sebagai universitas pertama di Eropa yang didirikan oleh Raja Frederick II. Ia memerintahkan penghimpunan naskah-naskah berbahasa Arab untuk diterjemahkan. Beberapa buku matematika peninggalan kebudayaan Islam yang telah

diterjemahkan ke dalam bahasa Latin kemudian dijadikan sebagai daftar pelajaran di Universitas tersebut. Salinan terjemahannya juga di kirim ke universitas yang ada di Paris. Selain itu, masih banyak lagi ilmuwan yang turut menerjemahkan karya-karya para intelektual Islam ke dalam bahasa yang berkembang di Eropa pada waktu itu.

Perkembangan ilmu pengetahuan yang dihasilkan oleh para ilmuwan muslim, telah melahirkan karya besar di berbagai bidang keilmuan Eropa di masa selanjutnya. Ditunjang dengan hadirnya alumnus pertama bernama Adelard dari Bath yang kemudian menjadi ahli matematika Inggris. Ia membawa pengaruh Toledo ke Inggris dengan mendirikan Universitas Oxford dan Universitas Cambridge di sana. Universitas Oxford dan Universitas Cambridge selanjutnya berkembang pesat menjadi perguruan tinggi yang begitu maju hingga saat ini.

9.2 Masa Renaissance

Seiring dengan jatuhnya pusat peradaban Islam di Baghdad dan Andalusia, membangunkan bangsa Eropa dari tidur nyenyak zaman kegelapan (*The Dark Ages*). Mereka sadar dan bangkit untuk mengejar kemajuan di Eropa melalui gerakan *renaissance*. *Renaissance* merupakan titik awal kejayaan bangsa Eropa yang berlangsung pada abad XIV.

Istilah *renaissance* berasal dari kata *rinascita* (bahasa Italia) yang berarti kelahiran kembali. Istilah ini pertama kali diperkenalkan oleh Giorgio Vasari untuk menggambarkan semangat keilmuan Italia mulai abad XIV. *Renaissance* dimulai di Italia, kemudian menyebar keseluruh Eropa.

Terdapat dua alasan mengapa Italia menjadi negara Eropa yang pertama kali mengalami *renaissance*. *Pertama*, Italia merupakan satu-satunya negara yang tidak mengalami dampak buruk akibat peperangan melawan umat Islam; dan (2) perekonomian negara Italia tidak terhubung langsung dengan negara-negara lain yang dikuasai oleh umat Islam. Sehingga dapat dikatakan bahwa perekonomian Italia tetap stabil. Dengan adanya dua alasan tersebut, maka Italia dapat menjadi tempat

berkembangnya ilmu pengetahuan sekaligus memberikan dukungan finansial kepada ilmuwan-ilmuwan yang ingin mengembangkan ilmu pengetahuan bagi Eropa.

Melalui gerakan *renaissance*, bangsa Eropa membangun kembali ilmu pengetahuan (termasuk matematika) yang semula mengalami masa dekadensi. *Renaissance* di Eropa juga berarti lahirnya kembali ilmuwan-ilmuwan dalam bidang ilmu pengetahuan. Hal ini dimaksudkan untuk menghormati para ilmuwan yang telah membangun ilmu pengetahuan pada budaya klasik atau disebut juga sebagai masa transisi dari kebudayaan feudalis dan gerejawi menuju budaya sekular dan nasionalis.

Renaissance merupakan periode penemuan manusia dan dunia. *Renaissance* merupakan periode perkembangan peradaban yang terletak di ujung atau sesudah abad kegelapan sampai muncul abad modern. Sejak *renaissance* di Eropa terjadi, riset ilmu pengetahuan menjadi suatu kewajiban yang harus dilakukan oleh warga negaranya agar dapat dijadikan aset bagi generasi selanjutnya dalam menempuh kehidupan di masa mendatang.

Renaissance juga disebut sebagai zaman humanisme. Maksud dari ungkapan ini, manusia diangkat dari zaman kegelapan dan kebodohan sebab sebelumnya manusia dianggap kurang dihargai sebagai manusia. Kebenaran hanya diukur berdasarkan aturan gereja, bukan menurut ukuran yang dibuat manusia. Jadi humanisme menghendaki ukuran haruslah manusia, karena manusia mempunyai kemampuan berpikir. Maka humanisme menganggap manusia mampu mengatur dirinya dan mengatur dunia.

Jatuhnya kota Konstantinopel ke tangan umat muslim membuat para cendekiawan dari kawasan Bizantium Timur berpindah ke kawasan Eropa dengan membawa serta buku-buku matematika yang berasal dari Yunani kuno. Mereka juga membawa serta buku-buku ilmu pengetahuan berbahasa Arab, baik hasil terjemahan maupun hasil penemuan para sarjana muslim. Buku-buku itulah yang kemudian dijadikan sumber para ilmuwan Eropa untuk menimba ilmu. Dengan demikian setelah adanya

gerakan *renaissance* perkembangan ilmu pengetahuan di Eropa mengalami kejayaan di segala bidang.

Sejak *renaissance*, kajian ilmu pengetahuan di Eropa menjadi terpisah dari agama. Akal sehat lebih berpengaruh daripada intuisi. Penjelasan bagaimana dunia menjalankan fungsinya kini didukung oleh bukti melalui riset-riset yang dilakukan kaum intelektual bukan dari agama, takhayul atau dongeng. Pembuktian-pembuktian ilmiah diperkenalkan. Dalil menggantikan prosedur kebiasaan, aturan dan hukum berasal dari studi fenomena alam.

Setiap warga Eropa mendapat kesempatan yang sama untuk melakukan suatu penelitian dalam upaya mengembangkan ilmu pengetahuan, termasuk matematika. Untuk menunjang terwujudnya impian dalam membangun ilmu pengetahuan, pemerintah Eropa menyediakan perpustakaan yang berisikan berbagai sumber ilmu pengetahuan guna menunjang riset yang akan dilakukan oleh warga negaranya. Selain perpustakaan, Eropa juga memberikan pelatihan pendidikan berkualitas bagi warga negaranya agar dapat berpartisipasi dalam berbagai bidang penelitian dan pengembangan teknologi. Berbagai dukungan berupa dukungan moril, finansial dan fasilitas diberikan oleh pemerintah Eropa karena kesungguhan bangsa Eropa dalam mengembangkan ilmu pengetahuan. Melihat kesungguhan bangsa Eropa dan dukungan para pemerintah Eropa untuk mengembangkan ilmu pengetahuan, maka wajar jika Eropa selalu dijadikan kiblat ilmu pengetahuan termasuk matematika.

Kesungguhan bangsa Eropa dalam mengembangkan matematika nampak dari proses penerjemahan buku-buku matematika berbahasa Arab yang ditulis oleh cendekiawan muslim. Karya matematikawan muslim yang mereka peroleh ketika mengenyam pendidikan di perguruan tinggi Islam, selanjutnyadiserap oleh bangsa Eropa melalui gerakan penerjemahan ke dalam bahasa Latin. Orang-orang Mozareb sangat berperan dalam menerjemahkan karya-karya matematikawan muslim yang berbahasa Arab kedalam bahasa Latin, karena mereka menguasai kedua bahasa tersebut dengan baik.

Ilmu pengetahuan muslim memperkaya sekolah-sekolah di Eropa dan menjadi jalan pembuka untuk periode penerjemahan karya-karya matematikawan muslim ke dalam bahasa Latin. Penerjemahan buku-buku matematika ke dalam bahasa Latin dipimpin oleh Gerard dari Cremona. Ia belajar bahasa Arab di Toledo dan mulai menerjemahkan buku-buku penting di sana. Buku-buku yang diterjemahkan, misalnya karya Ptolemy, *Almagest* dan astronomi yang berbahasa Arab. Di dalam bidang geometri Gerard menerjemahkan buku-buku Euclid yang mencapai Eropa melalui penerjemahan dari bahasa Arab.

Di dalam bidang aljabar, penyebarannya ke Eropa melalui Adelard dari Bath, John dari Seville dan Robert dari Chester. Adelard dianggap sebagai pelopor gerakan scientific di Inggris. Ia telah menerjemahkan tabel astronomi (*Astronomical Tables*) karya Al-Khawarizmi. Ia juga memperkenalkan tabel trigonometri muslim pada kurikulum sekolah-sekolah di Eropa. Selain itu, pada abad ke XII Adelard juga menerjemahkan karya Euclid yang berjudul *Element* dari buku yang berbahasa Arab. Karena pengetahuannya, Adelard dianggap sebagai salah satu seorang ilmuwan Inggris pertama. Ini merupakan awal kesadaran bangsa Eropa terhadap matematika modern.

Pada tahun 1450, mesin cetak diciptakan oleh Johan Gutenberg untuk memperbanyak buku-buku hasil terjemahan supaya segera dapat dijadikan sumber rujukan diberbagai perguruan tinggi di kawasan Eropa yang ada pada saat itu. Ia dikenal sebagai penemu mesin cetak jenis *movable type*. Suatu perbaikan jenis mesin pencetakan blok yang sudah digunakan waktu itu. Dengan mesin cetak hasil temuannya, memungkinkan terjadinya pencetakan materi tertulis secara cepat.

Perkembangan matematika di Eropa semakin signifikan, dengan dibuktikan lahirnya beberapa ilmuwan matematika. Di antaranya yang termasyhur adalah Leonardo Pisano (1180 M). Ia lebih dikenal dengan nama Fibonacci. Leonardo Pisano dikenal sebagai matematikawan yang pertama mengembangkan aljabar di Eropa setelah sekian lama matematika berkembang pesat di timur tengah. Pada tahun 1202, ia menuliskan sebuah buku berjudul "*Liber Abaci* (buku menghitung)," berisi sistem bilangan

Hindu-Arab. Penulisan buku *Liber Abaci* terinspirasi oleh kunjungannya ke Bugia. Bugia merupakan suatu kota yang sedang berkembang di Aljazair ketika ia ikut ayahnya yang sedang ditugaskan di sana. Di tempat ini Leonardo Pisano bertemu dengan seorang ahli matematika Arab yang memperlihatkan kelebihan sistem bilangan Hindu-Arab. Setelah Leonardo Pisano mengamati semua kalkulasi yang dimungkinkan oleh sistem bilangan ini, ia memutuskan untuk belajar pada matematikawan Arab tersebut hingga tercipta karyanya tentang sistem bilangan.

Dalam karyanya yang lain, Leonardo Pisano juga menjelaskan tentang penyelesaian persamaan aljabar, kegunaan bilangan negatif dan memperkenalkan simbol pecahan. Karya lainnya yang sering kita sebut dengan bilangan Fibonacci juga merupakan pola bilangan yang diperkenalkan oleh Leonardo Pisano, melalui pengamatannya terhadap perkembangbiakan kelinci milik ayahnya.

Pada 1323, ahli matematika asal Perancis yakni Nicole Oresme yang pada saat itu mengajar di Universitas Paris juga memiliki andil besar dalam perkembangan matematika terutama dalam memperkenalkan fungsi eksponen dan aturan dalam penyelesaiannya. Selain berperan dalam perkembangan matematika, Oresme juga menunjukkan keterkaitan antara kecepatan dan waktu dalam suatu grafik, di mana keterkaitan tersebut menunjukkan gambaran geometris suatu fungsi aljabar.

Tokoh lain yang terkenal ialah Rene Descartes. Pemikirannya membuat sebuah revolusi filsafat di Eropa karena pendapatnya yang revolusioner bahwa semuanya tidak ada yang pasti, kecuali kenyataan seseorang bisa berpikir. Dalam bukunya yang berjudul *Discours de la Methode* (uraian tentang metode), ia melukiskan perkembangan intelektualnya. Di sini ia menyebutkan bahwa dirinya tidak merasa puas dengan filsafat dan ilmu pengetahuan yang menjadi bahan pendidikannya. Dalam bidang ilmiah tidak ada satupun yang dianggap pasti, semuanya dapat dipersoalkan dan pada kenyataannya memang dipersoalkan juga. Satu-satunya pengecualian ialah matematika atau ilmu pasti.

Meskipun dikenal karena karya-karya filosofinya, Rene Descartes juga berkontribusi dalam bidang matematika, bahkan ia juga mendapat julukan sebagai bapak matematika modern. Penemuannya dalam bidang geometri adalah sistem koordinat Cartesius yang terdiri atas dua garis lurus X dan Y dalam bidang datar. Koordinat ini memperlihatkan bahwa sepasang garis lurus yang berpotongan sebagai garis-garis pengukur, suatu jaringan garis petunjuk dapat disusun, tempat bilangan-bilangan dapat ditarik sebagai titik. Namun pada dasarnya, teori ini bukanlah murni dari Rene Descartes, akan tetapi dari orang-orang kuno. Ia menggunakan aljabar pada geometri sebagai penggunaan koordinat pada geometri, yang murni pemikiran darinya.

Matematikawan Eropa lainnya yang berkontribusi pada perkembangan matematika adalah Isac Newton (1642 M). Isac Newton merupakan matematikawan dan ilmuwan berkebangsaan Inggris yang dijuluki sebagai pionir ruang matematika. Seperti matematikawan besar lainnya, bakat matematikanya berkenibang saat masih muda. Minatnya terhadap matematika seringkali membuatnya meninggalkan pekerjaan membantu ibunya di kebun pertanian. Pada usai 24 tahun, Isac Newton telah memberikan kontribusi besar terhadap matematika tentang penemuan kalkulus yang disebutnya "*fluxion*." Penemuannya terhadap hukum-hukum matematika dan fisika mampu mengantarkan para ilmuwan untuk mengirim roket ke luar angkasa atau satelit yang mengelilingi bumi. Isac Newton merupakan salah satu intelektual besar sepanjang waktu. Ia disebut sebagai "ornamen dari ras manusia" dan hingga kini ide-ide besarnya tetap digunakan untuk mengembangkan ilmu baru bagi para ilmuwan.

Itulah perjalanan panjang bangsa Eropa setelah bangkit melalui gerakan *renaissance*. Dampak yang terasa bagi bangsa Eropa dapat disebutkan, di antaranya: (1) *Renaissance* telah melahirkan masyarakat yang lebih progresif dan memiliki semangat inquiri sehingga membawa kepada aktivitas penjelajahan, (2) *Renaissance* telah membentuk masyarakat perdagangan yang berdaya maju. Keadaan ini telah melemahkan kedudukan dan kekuasaan golongan feodal yang sentiasa berusaha menyekat

perkembangan ilmu dan masyarakat di Eropa, (3) *Renaissance* telah memunculkan aliran pemikiran yang mementingkan kebebasan akal seperti humanisme, rasionalisme, nasionalisme dan absolutisme. Kelompok-kelompok aliran ini berani mempersoalkan kepercayaan dan cara pemikiran lama yang diamalkan selama ini secara langsung melemahkan kekuasaan golongan feodal, dan (4) *Renaissance* telah menyebabkan ramainya para ilmuan Islam berhijrah ke pusat-pusat perdagangan di Itali. Ini menyebabkan Itali menjadi pusat intelektual terkenal di Eropa pada masa itu.

9.3 Sebaiknya Anda Tahu...

Siapakah matematikawan paling produktif yang pernah ada?

Matematikawan Swiss, Leonard Euler (1707-1783) dianggap sebagai salah satu matematikawan paling produktif yang pernah ada. Karyanya tidak bisa tercakup dalam buku ini, karena kumpulan karyanya berjumlah lebih dari tujuh puluh volume, dengan kontribusi di bidang matematika murni dan terapan, analisis, teori bilangan, aljabar, geometri, trigonometri, analisis mekanik, hidrodinamika dan teori perhitungan gerhana bulan. Euler merupakan salah satu ilmuwan pertama yang mengembangkan metode kalkulus dalam skala luas.

Meskipun setengah buta selama sebagian besar hidupnya dan buta total selama tujuh belas tahun terakhir masa hidupnya, ia masih memiliki keterampilan yang nyaris legendaris di bidang perhitungan. Di antara penemuannya yaitu persamaan diferensial (menggunakan nama dirinya sendiri yaitu rumus Euler) dan persamaan terkenal yang menghubungkan lima bilangan pokok dalam matematika. Euler pada akhirnya bekerja di *Academy of Science* di St. Petersburg, Rusia yaitu sebuah pusat pembelajaran yang didirikan oleh Peter Agung.

BAB 10

MENUJU MATEMATIKA MODERN

Leonhard Euler adalah seorang matematikawan dan fisikawan pionir dari Swiss. Ia lahir di Basel, Switzerland pada 15 April 1707. Pada usia 13 tahun, ia mengenyam pendidikan di Universitas Basel dan Euler berhasil menerima gelar "Master of Philosophy," tahun 1723.



Sumber: molls.blogspot.co.id.

Gambar 10.1 Leonhard Euler

Euler dianggap sebagai matematikawan unggulan abad XVIII. Ia menghabiskan masa dewasanya di St. Petersburg, Rusia, Berlin dan Prussia. Euler telah memulai menulis buku-buku ilmiah sejak usianya masih 18 tahun. Kumpulan karyanya berjumlah lebih dari tujuh puluh volume, dengan kontribusi dalam bidang matematika murni dan terapan, termasuk kalkulus variasi, analisis, teori bilangan, aljabar, geometri, trigonometri, analisis mekanik, hidrodinamika dan teori bulan (perhitungan pergerakan bulan).

Euler dipandang sebagai salah satu ilmuwan pertama yang mengembangkan metode kalkulasi pada skala luas. Karyanya yang paling terkenal adalah *Elements* yang diilhami dari buku karya Euclid, dengan cepat menjadi buku klasik. Karyanya dalam bidang geometri ini digunakan pertama kali di Yale University, sebuah perguruan tinggi di Amerika.

Euler memperkenalkan e sebagai bilangan dasar untuk menyatakan fungsi x dalam suatu persamaan aljabar yang sebelumnya belum pernah diperkenalkan oleh ilmuwan lain. Euler mendapat penghargaan atas penemuannya pada bilangan kompleks yang dinotasikan dengan $a + bi$. Ini juga sering dianggap sebagai $x + iy$, atau sebuah bilangan real ditambah bilangan imajiner. Euler meninggal pada 1783 di Sankt-Peterburg, Rusia.

Kedatangan Islam ke Spanyol telah membawa perubahan besar di negara tersebut. Ia berperan sebagai jembatan penyeberangan yang dilalui ilmu pengetahuan Yunani-Arab ke Eropa. Perkenalan orang-orang Eropa dengan dunia Islam, menyebabkan mereka kagum dengan semangat umat dalam mengembangkan ilmu pengetahuan.

Tingginya peradaban yang terbangun pada Muslim Spanyol, secara langsung memberikan andil besar terhadap kemajuan Eropa. Hal ini dikarenakan Muslim Spanyol merupakan tempat yang paling utama bagi Eropa dalam menyerap peradaban Islam, baik dalam bidang politik, sosial maupun perekonomian, serta peradaban antar negara.

Transformasi peradaban Islam ke peradaban Eropa (khususnya dalam ilmu pengetahuan) setidaknya terbangun melalui dua saluran utama. *Pertama*, melalui para mahasiswa dan cendekiawan dari Eropa Barat yang belajar di sekolah-sekolah tinggi dan universitas-universitas Spanyol. *Kedua*, melalui terjemahan karya Muslim dari sumber-sumber berbahasa Arab. Manuskrip Yunani yang telah "diselamatkan" dan ditambal oleh Islam, kemudian mereka pelajari.

Stimulus inilah yang kemudian memberikan inspirasi bagi pencerahan dan kebangkitan Eropa dari tidur panjangnya. Mereka berupaya mengadopsi ilmu pengetahuan yang berkembang di dunia Islam. Hal ini dilakukan dengan cara mengirim mahasiswa mereka untuk belajar ke dunia Islam, termasuk ke Spanyol Islam.

Selanjutnya sistem dan ilmu pengetahuan tersebut dikembangkan di sekolah dan universitas Eropa seperti Universitas Salerno (spesialisasi kedokteran), Bologna (spesialisasi hukum) di Italia dan Universitas Paris dan Montpelleir di Perancis dan juga Universitas Cambridge di Inggris. Fakta riil telah menginspirasi gerakan-gerakan pencerahan di Eropa.

Salah satu ilmuwan penting tersebut adalah Ibn Rusdy. Melalui pemikirannya bangsa Eropa mampu menemukan pemikiran Aristoteles yang menganjurkan kebebasan berfikir dan melepaskan belenggu taklid. Sekitar akhir abad ke-13 M seluruh ilmu pengetahuan dari Islam bisa dikatakan telah selesai ditransmisikan ke Eropa. Berangkat dari sini pula gerakan-gerakan penting lahir, seperti gerakan *renaissance* sekitar abad ke-14 M, gerakan reformasi pada abad ke-16 M dan rasionalisme pada abad ke-17 M serta zaman pencerahan (*Aufklaerung*) pada abad ke-18 M.

Sejak *renaissance*, bangsa Eropa berusaha untuk menghidupkan kembali kebudayaan klasik Yunani yang mengutamakan kebebasan berpikir dan menghidupkan ilmu pengetahuan. Pada masa ini rasionalisme semakin kuat sehingga banyak melahirkan berbagai penemuan khususnya dalam bidang kebudayaan, ekonomi dan ilmu pengetahuan, termasuk matematika.

Perkembangan matematika menunjukkan kemajuannya yang signifikan. Dipelopori oleh ilmuwan-ilmuwan seperti Rene Descartes, Pierre de Fermat, Sir Isaac Newton, Gottfried Wilhelm Leibniz, Bernoulli dan Leonhard Euler. Untuk itu, uraian berikut akan menjelaskan peran masing-masing tokoh dalam perkembangan matematika modern.

10.1 Rene Descartes (1596-1650)

Rene Descartes atau dalam bahasa Latin dikenal dengan sebutan Renatus Cartesius. Lahir pada 31 Maret 1596 di La Haye, Touraine-Perancis. Masa kecilnya bersekolah di Jesuit Collage of La Fleche. Pada usia 20 tahun ia telah berhasil mendapatkan gelar sarjana hukum, sekaligus seorang ahli matematika.

Descartes adalah seorang matematikawan yang luar biasa jenius. Hal ini menjadi sebab mengapa ia membicarakan metode-metode matematika sebagai metode yang dapat digunakan dalam usaha memahami hal-hal selain matematika. Descartes meneliti suatu metode berpikir umum yang akan memberikan pertalian dan pengetahuan menuju kebenaran ilmu-ilmu. Penelitian itu mengantarnya ke matematika yang disimpulkan sebagai sarana pengembangan kebenaran di segala bidang.

Pada 1637, Descartes menuliskan karyanya berjudul *Discours de la Methode* (uraian tentang metode). Dalam buku tersebut, Descartes merancang langkah-langkah berpikir formal yang tepat. Sebab ia merasa tidak puas dengan filsafat dan ilmu pengetahuan yang telah didapatkannya selama pendidikannya. Dalam bidang ilmiah, tidak ada sesuatu pun yang dianggap pasti. Semuanya dapat dipersoalkan dan pada kenyataannya memang dipersoalkan. Satu-satunya kekecualian pada matematika.

Dalam bidang geometri, Descartes dikenal karena mengembangkan konsep koordinat kartesius. Koordinat kartesius merupakan cara untuk menentukan lokasi sebuah titik menggunakan jarak dari sumbu-sumbu tegak lurus. Hasil pemikirannya mengenai konsep koordinat kartesius dituangkan dalam sebuah buku. Di dalamnya dijelaskan bagaimana menggunakan koordinat untuk menentukan titik-titik dalam ruang.

Ia merupakan orang pertama yang membuat grafik dan menyajikan interpretasi geometri fungsi matematika. Hal ini menjadi tanda sebagai langkah awal dikenalnya koordinat kartesius dalam matematika.

Descartes menggunakan dua buah sumbu, yaitu sumbu horizontal (x) dan sumbu vertikal (y) dan berpotongan tegak lurus di titik asal $O(0,0)$. Persamaan-persamaan dapat digunakan sebagai bentuk bidangnya. Jika sebuah persamaan memiliki dua variabel, maka bentuknya dua dimensi. Jika memiliki tiga variabel, maka bentuknya tiga dimensi. Koordinat kartesius dapat digunakan untuk menganalisis kurva. Selain itu, koordinat kartesius juga dapat membantu memecahkan persamaan-persamaan simultan. Titik-titik di mana garis-garis berpotongan merupakan grafik penyelesaian persamaan tersebut.

Descartes juga dianggap sebagai penemu geometri analitik. Ide ini muncul ketika ia sedang berkemah dan di dusun kecil di Danube. Dalam mimpinya, ia melihat bagaimana aljabar dapat diterapkan dalam geometri. Pikiran ini membuka medan matematika yang kini telah menjadi salah satu cabang matematika yang paling banyak digunakan oleh para ilmuwan untuk mempelajari fenomena alam, yaitu geometri analitik.

10.2 Pierre de Fermat (1601-1665)

Pierre de Fermat merupakan matematikawan Perancis yang hidup pada 1601-1665. Ia lahir di Beaumont de Lomagne, Tarn et Garonne, Perancis pada 17 Agustus 1601. Tidak banyak yang diketahui tentang latar belakang pendidikannya, namun diyakini awalnya ia bersekolah di biara lokal, kemudian masuk ke University of Toulouse sebelum pindah ke Bordeaux pada 1620-an. Dan di Bordeaux inilah ia memulai penelitiannya dalam bidang matematika.

Dari Bordeaux, ia melanjutkan pendidikan di Orleans untuk mempelajari hukum perdata dan bekerja sebagai ahli hukum. Pierre de Fermat sebenarnya adalah seorang pengacara. Meskipun demikian, kecintaannya pada matematika tidak pernah luntur. Selama hidupnya ia memberikan banyak kontribusi pada metode awal dalam mengembangkan kalkulus diferensial. Fermat juga dianggap sebagai penemu teori bilangan modern dan mengembangkan koordinat kartesius.

Fermat dipandang sebagai matematikawan yang jenius pada abad XVII. Bersamaan dengan Descartes, ia merumuskan dasar geometri analitik yang kemudian hasilnya dituangkan dalam sebuah makalah berjudul *Ad Locus Planos et Solidos Isogage (Introduction to Plane and Solid Locid)*. Dalam tulisannya, Fermat membahas persamaan garis dan lingkaran serta mengulas mengenai hiperbola, ellips dan parabola. Fermat juga berhasil memecahkan masalah untuk menentukan nilai maksimum dan minimum dengan cara memperhatikan perilaku khusus dari suatu fungsi di dekat nilai ekstrimnya. Ia menggunakan garis singgung pada suatu kurva dengan menggunakan metode maksima dan minima. Akan tetapi karena

belum berkembangnya konsep limit secara formal, Fermat belum berhasil menuliskan hasil kerjanya secara tepat.

Pada 1629, Fermat berhasil menemukan suatu teorema luas daerah yang dibatasi oleh suatu kurva. Ia menggunakan metode yang unik dalam menentukan luas daerah yang dibatasi oleh suatu kurva, dengan membuat persegi panjang-persegi panjang kecil di bawah suatu kurva. Kerja Fermat ini telah memberikan dasar bagi konsep integral modern.

Diantara kontribusi Fermat dalam bidang matematika yang paling menonjol adalah penemuan teori bilangan. Pada 1637, ia mencetuskan suatu penemuan dalam teori bilangan yang ia disebut dengan "teorema terakhir Fermat." Teorema ini menunjukkan bahwa tidak ada bilangan bulat positif x , y dan z yang memenuhi persamaan $x^n + y^n = z^n$, dengan n bilangan bulat yang lebih besar dari 2.

Fermat tidak meninggalkan bukti, sehingga permasalahan tersebut masih menarik perhatian para sarjana. Selama bertahun-tahun tidak ada bukti yang kuat mengenai teorema tersebut. Beberapa orang telah berusaha membuktika teorema tersebut namun gagal.

Teorema terakhir Fermat akhirnya dapat diselesaikan pada 1994 oleh matematikawan Inggris Andrew John Wiles. Pembuktian teorema ini diperoleh setelah melalui perjuangan yang sangat panjang. Wiles banyak mendapat penghargaan untuk karyanya yang ia kerjakan selama tujuh tahun. Para matematikawan besar mengakui hanya sejumlah kecil orang yang dapat mengerti detail perhitungan Wiles. Pembuktiannya terhadap teorema terakhir Fermat telah menjadi impian sejak masa kanak-kanak Wiles.

10.3 Sir Isaac Newton (1642-1722)

Sir Isaac Newton adalah seorang matematikawan sekaligus fisikawan. Ia lahir di Woolsthorpe, Inggris pada 25 Desember 1642. Ia dilahirkan setelah ayahnya wafat. Sejak kecil Newton telah menunjukkan pemahaman mekanika yang besar dan sangat terampil.

Ketika menginjak usia remaja, ibunya mengeluarkannya dari sekolah dengan harapan Newton akan menjadi seorang petani yang berhasil. Untungnya, ibunya segera menyadari bahwa bakat utama Newton ada di bidang yang lain. Pada usia 18 tahun, ia masuk di Universitas Cambridge. Sebagai seorang yang cerdas, ia mampu menyerap segala ilmu pengetahuan yang ia peroleh.

Antara usia 21-27 tahun, ia meletakkan fondasi bagi teori-teori ilmiah yang nantinya akan mengubah dunia. Atas jasa-jasanya dalam mengembangkan ilmu pengetahuan, ia dianggap sebagai salah satu ilmuwan terbesar yang pernah hidup. Bahkan ia dijuluki sebagai pionir ruang matematika.

Pada 1665, Newton mendapat penghargaan karena berkontribusi besar dalam kalkulus diferensial. Pada tahun berikutnya, ia mengembangkan kalkulus integral. Penemuannya ini merupakan hasil terbesarnya di bidang matematika. Meskipun ia telah melakukan penemuan besar, teori-teorinya belum semuanya dikembangkan. Tak mengherankan jika perkembangan kalkulus tersebut membutuhkan waktu selama 20 tahun untuk mampu menyelesaikan masalah tertentu dalam kalkulus.

Penemuannya tentang kalkulus integral yang dilakukan Newton merupakan pencapaian terpenting dalam matematika modern. Penemuan tersebut dipandang sebagai benih yang melahirkan begitu banyak teori matematika modern.

Penemuannya yang lain adalah tentang cahaya. Newton menjelaskan warna putih itu adalah gabungan dari warna-warna pelangi. Ia juga membuat analisis terperinci soal konsekuensi hukum-hukum cermin dan pembiasan cahaya. Dengan menggunakan hukum-hukum tersebut, ia merancang sebuah teleskop reflektif di tahun 1668. Teleskop ini digunakan oleh sebagian besar penyelidik dalam pusat-pusat pengamatan perbintangan besar saat ini. Semua penemuannya yang ada hubungannya dengan optik, ia sumbangkan kepada lembaga peneliti kerajaan Inggris.

Penghargaan yang diberikan kepadanya tidak hanya berhenti di situ saja. Newton juga dikenal sebagai penemu teorema binomial umum dan menyusun deret tak hingga. Selain hal-hal yang telah diungkapkan di atas, beberapa kontribusi besar Newton juga mencakup pengembangan gravitasi universal, aturan orbit planet, dan beberapa konsep astronomi lainnya.

Pada 1687, ia menuliskan sebuah buku yang sangat terkenal dengan judul *The Principia* atau *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Prinsip Matematika Filsafat Alam). Di dalam buku ini, Newton menyajikan teori tentang gerak, gravitasi dan mekanika. Bahkan tanpa penemuannya tentang hukum-hukum matematika dan fisika yang mengatur dunia kita, ilmuwan sekarang tidak akan mampu mengirim roket ke luar angkasa atau satelit yang mengelilingi bumi.

10.4 Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Filsuf dan matematikawan Jerman yang sejaman dengan Isaac Newton adalah Gottfried Wilhelm Leibniz. Ia dilahirkan di Leipzig, Jerman pada 1646. Ayahnya seorang profesor, meninggal ketika ia masih kecil. Sejak muda Leibniz suka membaca karya-karya klasik yang membuat kepalanya penuh dengan ide-ide cemerlang. Di kota kelahirannya, ia memasuki universitas dan mendapat gelar sarjana pada usia 17 tahun.

Kebanyakan orang Jerman mengira bahwa Leibniz adalah penemu resep biskuit. Memang "Leibniz" adalah merek biskuit terkenal di Jerman yang dijual di pasar-pasar swalayan di sana. Sebetulnya Leibniz tidak ada hubungan apapun dengan biskuit tersebut. Namanya dipakai karena ia dianggap sebagai orang yang cukup termasyhur. Ilmuwan ini hampir tahu segalanya dan menemukan banyak hal: bidang hukum, agama, politik, sejarah, filsafat, sains maupun dalam bidang matematika.

Banyak ide-ide hebatnya yang muncul ketika ia sedang dalam perjalanan di atas jalan-jalan yang rusak ditujuh belas kota di Eropa. Leibniz adalah ahli filsafat yang pertama kali menghimpun simbol-simbol untuk menggambarkan (merepresentasikan) ide-ide logika. Ia berusaha

mengembangkan suatu bahasa simbolik yang dapat dipakai untuk menghentikan semua bentuk perselisihan, baik dalam bidang teologi, filsafat dan dalam relasi-relasi internasional.

Oleh karena itu, Leibniz kadang-kadang diakui sebagai bapak logika simbolik. Upaya-upaya Leibniz untuk menyimbolkan logika terus berlanjut sampai abad XIX. Hal ini kemudian membawanya ke dalam diskusi tentang logika yang sekarang telah menjadi basis logika simbolik modern.

Ketika masih duduk dibangku kuliah, Leibniz menghasilkan karya yang menjelaskan dasar teoritis dari kalkulator dan apa yang bisa dilakukan oleh kalkulator. Pada 1673, setelah ia melihat salah satu mesin hitung milik Pascal di Paris, Leibniz mencoba menciptakan sebuah mesin hitung yang bisa digunakan untuk menjumlah, mengurangi, mengali, membagi dan menarik akar. Pada saat yang bersamaan pula, ia menemukan bilangan biner yang yang menjadi cikal bakal bahasa komputer digital.

Di bidang matematika, Leibniz mempelajarinya secara otodidak. Pada 1675, ia mengembangkan kalkulus yang dikembangkannya sendiri dari Sir Isaac Newton. Akan tetapi pada periode tersebut bermunculan pendapat yang sengit mengenai siapa sebenarnya yang lebih dahulu menemukan kalkulus. Dan perdebatan tersebut berlangsung hampir satu abad. Namun, notasi karya Leibniz (dengan simbol dx dan dy) masih digunakan hingga sekarang ini.

Leibniz dikenal sebagai seorang yang taat beragama dan banyak pula menghasilkan karya tulis tentang agama. Pada 1679, ia menyempurnakan penemuannya tentang bilangan biner yang dikaitkan dengan kepercayaan yang kokoh. Ia memandang Tuhan sebagai representasi dari angka 1 dan angka 0 sebagai representasi kekosongan. Ia memandang Tuhan dapat menciptakan segala sesuatu di kekosongan itu. Demikian pula dengan semua bilangan dapat disajikan dalam sistem biner dengan menggunakan lambang 1 dan 0.

10.5 Daniel Bernoulli (1700-1782)

Pada abad XVII-XVIII, keluarga Bernoulli sangat tertarik dalam perkembangan matematika dan sains. Dimulai dari kakek, ayah, adik, kakak dan keponakannya turut serta berkontribusi dalam perkembangan matematika. Beragam temuan matematika dikemukakan oleh keluarga Bernoulli. Oleh karena itu keluarga Bernoulli dianggap penting bagi perkembangan matematika di abad selanjutnya.

Daniel Bernoulli merupakan generasi kedua dari garis keturunan keluarga Bernoulli. Ia lahir pada 8 Februari 1700 di Groningen, Belanda. Ayahnya bernama Johan Bernoulli juga seorang ahli matematika. Pada saat Daniel Bernoulli lahir, ayahnya menjabat sebagai ketua jurusan matematika di Universitas Groningen.

Ayahnya, Johan Bernoulli juga berkontribusi dalam bidang kalkulus integral dan kalkulus eksponensial. Johan mampu menangani semua masalah dalam kalkulus, termasuk titik-titik balik, panjang kurva, deret tak hingga dan teknik pengintegralan. Pada 1691-1692, Johan menulis buku ajar kalkulus pertama, tetapi bagian tentang kalkulus integral tidak diterbitkan.

Pada awalnya, ayah Daniel Bernoulli, menginginkan putranya untuk menjadi pedagang dan melanjutkan bisnis keluarganya. Daniel mempelajari obat-obatan di Universitas Basel, akan tetapi minatnya yang tinggi terhadap matematika membuatnya mulai mempelajari matematika dengan kakaknya, Nicolaus Bernoulli. Tanpa meninggalkan belajarnya tentang obat-obatan, Daniel juga mempelajari teori ayahnya tentang energi kinetik dan mengaplikasikannya pada bidang fisika dan kedokteran. Melihat kesungguhan putranya dalam mempelajari matematika, akhirnya sang ayah mendukung sepenuhnya minat Daniel untuk mengembangkan matematika.

Pada 1738, Daniel dianggap sebagai matematikawan pertama yang menerbitkan *Hydrodynamica*, saat ini dikenal dengan "Prinsip Bernoulli." Prinsip Bernoulli merupakan sebuah istilah di dalam mekanika fluida yang menyatakan bahwa pada suatu aliran fluida, peningkatan pada kecepatan

fluida akan menimbulkan penurunan tekanan pada aliran tersebut. Dalam Prinsip Bernoulli terdapat dua gagasan yaitu mengenai hukum kekekalan energi dan teori molekul kinetik gas.

Karya matematika Daniel Bernoulli mencakup kalkulus, persamaan diferensial, teori probabilitas dan teori tentang getaran dawai. Selain itu, ia juga meneliti teori kinetik gas dan menyelesaikan problem-problem dalam matematika terapan. Ia juga menggunakan argumen statistiknya dalam mekanika klasik untuk menurunkan hasil termodinamika dan memulai bidang mekanika statistik.

Warisan Bernoulli tidak berhenti di situ, dengan anggota keluarga yang terus memberikan kontribusi besar di bidang matematika dan ilmu pengetahuan. Pamannya yang bernama Jacob Bernoulli juga merupakan ahli matematika. Ia menjabat sebagai profesor matematika di Basel sampai akhir hayatnya. Jacob Bernoulli merupakan salah satu pengembang kalkulus biasa, kalkulus variasi, dan juga merupakan orang pertama yang menggunakan kata integral. Kalkulus yang dikembangkan oleh Jacob tanpa ada sentuhan dari karya Newton dan Leibniz. Karyanya diterapkan untuk menyelesaikan problem-problem baru yang sangat penting bagi perkembangan kalkulus. Ia juga menulis tentang teori probabilitas dan dihargai atas karyanya dalam mengembangkan bidang statistika.

Kakak Daniel Bernoulli, bernama Nicolaus Bernoulli juga merupakan salah satu dari banyak matematikawan terkemuka yang memfokuskan pemikirannya pada kurva, persamaan diferensial dan probabilitas.

Setelah kematian ayahnya, Daniel Bernoulli menggantikannya sebagai guru besar matematika di Basel, Swiss. Keluarga Bernoulli merupakan keluarga ilmuwan yang sangat berperan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan.

10.6 Leonhard Euler (1707-1783)

Sebagian biografi tentang Euler telah diuraikan di bagian awal bab ini. Karenanya, bagian ini hanya akan melengkapinya yang belum terungkap di bagian awal.

Euler dianggap sebagai matematikawan paling produktif yang pernah ada. Euler telah memulai menulis buku-buku ilmiah sejak usianya masih 18 tahun. Meskipun mengalami setengah buta selama sebagian besar hidupnya dan buta total selama tujuh belas tahun terakhir masa hidupnya, ia masih memiliki keterampilan yang nyaris legendaris di bidang perhitungan. Keterbatasan yang ia miliki tidak menyurutkan semangatnya untuk bekerja dengan giat yang menghasilkan banyak artikel-artikel brilian.

Euler tertarik dalam bidang kalkulus, persamaan diferensial dan seri tak terhingga. Kontribusinya terhadap kalkulus dan teori bilangan kompleks secara mendasar mempengaruhi perkembangan selanjutnya dalam bidang-bidang tersebut. Kedua topik tersebut mempunyai penerapan yang luas dalam bidang sains, selain sangat penting bagi dunia matematika murni.

Euler memperkenalkan e sebagai bilangan dasar untuk menyatakan fungsi x dalam suatu persamaan aljabar yang sebelumnya belum pernah diperkenalkan oleh ilmuwan lain. Formula Euler $e^{iE} = \cos e + i \sin e$, menunjukkan hubungan antara fungsi trigonometri dan bilangan imajiner, serta dapat digunakan untuk menemukan logaritma angka-angka negatif. Rumus tersebut merupakan rumus yang paling luas penggunaannya dalam semua bidang matematika.

Pada 1734, ia memperkenalkan fungsi alfa, beta dan gamma serta faktor integrasi untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial yang dikenal pada saat ini. Pada 1777 Euler menggunakan i dan $-i$ untuk dua akar kuadrat -1 yang berbeda, sehingga menghilangkan sebagian masalah yang terkait dengan notasi saat memasukkan polinomial ke dalam kelompok-kelompok.

Euler mendapat penghargaan atas penemuannya pada bilangan kompleks yang dinotasikan dengan $a + bi$. Ini juga sering dianggap sebagai $x + iy$, atau sebuah bilangan real ditambah bilangan imajiner. Menurutnya, bilangan kompleks memiliki dua bagian, yaitu bagian "nyata" yang berupa semua bilangan real dan bagian "imajiner" yang berupa bilangan dengan i di dalamnya.

Pada awalnya terdapat kekhawatiran dari para matematikawan masa lalu tentang notasi i dan $-i$ yang disebut imajiner, karena fungsi bilangan tersebut tidak dipahami dengan jelas pada masa Euler. Pada masa Euler. Kegunaan fungsi bilangan i dan $-i$ kemudian menjadi jelas ketika matematikawan asal Jerman Johann Friedrich Carl Gauss menggunakan i dan $-i$ untuk melakukan interpretasi geometri bilangan kompleks sebagai titik-titik dalam sebuah bidang.

Euler juga menggunakan bakatnya untuk analisis matematika terhadap masalah astronomi terutama terhadap pertanyaan bagaimana matahari, bulan dan bumi bergerak dengan gravitasinya masing-masing. Masalah yang sebenarnya baru terpecahkan pada abad XX, secara tidak sengaja Euler mengemukakan teori gelombang cahaya dan ternyata teori ini benar.

Pemikiran Euler yang jenius sering menginspirasi untuk dimulainya penemuan matematika selanjutnya. Seperti, Joseph Louis Lagrange, seorang ahli matematika dan fisikawan Perancis yang mengembangkan seperangkat persamaan yang disebut dengan persamaan Lagrange yang merupakan teori penting dan dapat digunakan untuk memecahkan berbagai masalah dalam mekanika. Persamaan dasarnya pertama kali ditemukan oleh Euler. Oleh karena itu, persamaannya sering disebut persamaan Euler-Lagrange. Ahli matematika Perancis lainnya adalah Jean Baotiste Fourier yang dikenal sebagai penemu teknik matematika bernama analisa Fourire. Euler juga merupakan penemu rumus dasarnya yang menjadikannya sebagai formula Euler-Fourier.

10.7 Sebaiknya Anda Tahu...

Siapakah perintis penggunaan matriks dalam matematika?

Meskipun bentuk sederhana matriks mungkin telah digunakan oleh bangsa Maya (dan mungkin budaya lain), penggunaan sebenarnya matriks dalam matematika pertama kali dirumuskan pada sekitar 1850 M, oleh seorang matematikawan sekaligus penyair dan musisi Inggris James Sylvester (1814 - 1897 M). Dalam tulisannya pada 1850 M, Sylvester menulis, "Untuk tujuan ini kita mulai, bukan dengan bujur sangkar, melainkan dengan susunan suku membujur yang terdiri atas, baris m dan kolom n .

Namun, kisah matriks tidak hanya tentang Sylvester. Pada 1845 M, rekan kerja Sylvester bernama Arthur Cayley (1821-1895) menggunakan bentuk matriks dalam karyanya *On the Theory of Linier Transformation*; pada 1855 dan 1858. Dalam tulisan tersebut, Cayley mulai menggunakan istilah 'matriks' dalam pengertian matriks modern. Meskipun ia gemar mendaki gunung dan merupakan seorang pengacara selama hampir 15 tahun, dalam waktu luangnya Cayley menerbitkan lebih dari 200 makalah matematika. Ia juga berkontribusi besar pada bidang aljabar, memulai geometri analitik ruang n dimensi, dan mengembangkan teori invarian, yang merupakan sebagian di antara prestasi matematika lainnya.

Sylvester masih tetap cemerlang sepanjang hidupnya. Ia mendirikan *American Journal of Mathematics* pada 1878. Dan pada usia matang 71 tahun, ia menemukan teori *reciprocants* (invarian diferensial).

-oo0oo-



DAFTAR PUSTAKA

- Aaboe, Asger. *Episodes from the Early History of Mathematics*. New York: Random House, 1998.
- Abdussakir. *Matematika 1: Kajian Integratif Matematika & al-Quran*. Malang: UIN Malang Press, 2009.
- Abkari, Ridwan. *101 Info Tentang Ilmuwan Muslim*. Bandung: PT. Mizan Pustaka, 2010.
- Adisusilo, Sutarjo. *Sejarah Pemikiran Barat*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2013.
- Arrifada, Yuni, Dewi Rofiqoh, and Kusaeri Kusaeri. "Dinamika Perkembangan Matematika Abad Pertengahan Hingga Munculnya Gerakan Renaissance (Implikasinya Terhadap Pembelajaran Matematika di Sekolah)." *Jurnal Fourier* 5.2 (2016): 49-56.
- Asti, Badiatul Muchlisin dan Junaidi Abdul Munif. *105 Tokoh Penemu dan Perintis Dunia*. Yogyakarta: Narasi, 2009.
- Bertens, Kees. *Ringkasan Sejarah Filsafat*. Yogyakarta: Kanisius, 1998.
- Boyer, Carl B. *A History of Mathematics*. Rev. By Uta C. Merbach. New York: Wiley, 2010.
- Boyer, Carl B. *A History of Mathematics*. USA: John Wiley and Sons, 1968.

- Bronkhorst, Johannes. "Panini and Euclid: Reflections on Indian Geometry." *Journal of Indian Philosophy*. Springer Netherlands, 2001.
- Budiyono. *Dasar-dasar Geometri: Suatu Pengantar Mempelajari Sistem-sistem Geometri*. Universitas Muhammadiyah Purworejo.
- Burhanuddin, Afif. *Sejarah Perkembangan Ilmu pada Yunani Kuno*. diakses dari <https://afidburhanuddin.files.wordpress.com>, pada tanggal 3 Juni 2015; Online.
- Burton. *The History of Mathematics: An Introduction*. The McGraw-Hill Companies, 2007.
- Clagett. *Ancient Egyptian Science*. American Philosophical Society, 1999.
- Daldiyono. *How to Be a Real and Successful Student*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2009.
- Danardono. *Daniel Bernoulli*, diakses melalui <http://danardono.staff.ugm.ac.id/matakuliah/ssfi/SSFI-Kel-10.pdf> pada tanggal 10 Mei 2016; Internet.
- Darsono, Ruswa. *Penanggalan Islam: Tinjauan Sistem, Fiqh, dan Hisab Penanggalan*. Yogyakarta: Labda Press, 2010.
- Dunham, William. *Alam Matematika*. Malaysia: SMART Print & Stationer Sdn. Bhd, 2007.
- Easton, Steward C. *The Heritage of the Past: From the Earliest Times to the Close of the Middle Ages*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1955.
- Effendi, Yusuf. *Kebangkitan Kedua Umat Islam*. Jakarta: Noura Books, 2015.
- Erwindana. *Sejarah Mesir Kuno*, diakses melalui <http://erwindana.blogspot.co.id/2014/05/sejarah-mesir-kuno.html> pada tanggal 18 April 2016; Internet.
- Euler, L. *Elements of Algebra* (Diterjemahkan oleh John Hawlett dari Bahasa Perancis). New York: Springer-Verlag. 1984.
- European Commission. *European Research Area: Preparing Europe for a New Renaissance*. European Community: Belgium, 2009.

- Fachrudin, Achmad Dhany. "Pendekatan Geometri untuk Membangun Konsep Penyelesaian Persamaan Kuadrat Berdasarkan Perspektif Sejarah". *Jurnal Edukasi*, Vol. 1, No.2 2015.
- Fahrudin, M. Mukhlis. "Pusat Peradaban Islam Abad Pertengahan: Kasus Bayt al Hikmah," *Jurnal el Harakah*. Vol. 11. No. 3. 2009.
- Fathani, Abdul Halim. *Matematika Hakikat dan Logika*. Jogjakarta: Ar-ruzz Media, 2009.
- Fathurrohman, M. Nurdin. *Biografi Diophantus: Bapak Aljabar*. Diakses melalui <https://blogpenemu.blogspot.co.id/2014/04/biografi-diophantus-bapak-aljabar.html> pada tanggal 24 April 2016; Internet.
- Fatmah, dkk. *Cina Matematika*. Banjarmasin: Universitas Lambung Mangkurat, 2011 diakses dari <http://dokumen.tips/documents/macin-pas.html> pada 7 Mei 2016; Internet.
- Fauzi, Ikhwan. *Cendekiawan Muslim Klasik*. Jakarta: Salemba Diniyah, 2002.
- French, D. *Teaching and Learning Algebra*. London: Continuum, 2002.
- Friberg, J. *Methods and Traditions of Babylonian Mathematic*. *Historia Mathematica*, 1981.
- Garvey, James. *20 Karya Filsafat Terbesar*. Yogyakarta: Kanisius, 2010.
- Gumbira, Akbar. *Fermat's Theorem dan Aplikasinya pada Algoritma RSA*. Makalah IF2091 Struktur Diskrit, 2009.
- Gunawan, Hendra. *Prolog: Menelusuri Sejarah*. Bandung: Majelis Guru Besar Institut Teknologi Bandung, 2007.
- Hambali, Slamet. *Almanak Sepanjang Masa*. Semarang: Program Pasca Sarjana IAIN Walisongo, 2011.
- Harbudiman, F. Budi. *Filsafat Modern: Dari Machiavelli sampai Nietzsche*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama, 2007.
- Hart, Michael H. *100 Orang Paling Berpengaruh di Dunia Sepanjang Sejarah*. Jakarta: PT Mizan Publika, 2009.

- Harvey, J.G., Waits, B.K., & Demana, F.D. (1995). The influence of technology on the teaching and learning of algebra. *Journal of Mathematical Behavior*. 14, 75-109.
- Hasan, Ibrahim. *Sejarah dan Kebudayaan Islam (Islamic History and Culture)*. Terjemahan oleh Djahdan Humam. Yogyakarta: Tiara Wacana, 1989.
- Hasan, Talib Hashim. "Perkembangan Sistem Bilangan Pada Masa Sebelum Islam". *Jurnal Kaunia*. Vol. I. No. 2, 2005.
- Hayati, Laila dan Mamika Ujianita Romdhini. Kalkulus Diferensial dan Integral oleh Fermat. *Jurnal Pijar*. MIPA, Vol. VII. No. 1.
- Heath, Thomas L. *A Manual of Greek Mathematics*. Dover publication, 2003.
- Hodgkin, Luke. *A History of Mathematics: From Mesopotamia to Modernity*. New York: Oxford University Press, 2005.
- https://id.wikipedia.org/wiki/Papyrus_Matematika_Moskwa, diakses pada tanggal 24 Desember 2015; Internet.
- Herawati. "Agustinus: Potret Sejarawan Masa Pertengahan dan Kontribusi Bagi Kajian Sejarah Islam". *Jurnal Thaqaifiyyat*. Vol. 13. No. 1. 2012.
- Herman, M.F. (2007). What students choose to do and have to say about use of multiple representations in college algebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26 (1), 27-54.
- Hermanto, "Mesir Kuno dan Amerika Tengah," *Jurnal Universitas Islam 45 Bekasi*, Vol. 1. No. 3. 2009.
- Hill, Mc Graw. *The History of Mathematics: an Introduction*. A division of the Mc Graw Hill compenies: United States of America, 2006.
- Hitti, Philip K. *History of the Arabs: Rujukan Induk Paling Otoritatif tentang Sejarah Peradaban Islam*. Jakarta: PT Serambi Ilmu Semesta, 2014.
- [Http://ejournal.umpwr.ac.id](http://ejournal.umpwr.ac.id) pada tanggal 11 April 2016
- Ilman, M. Ucup. *Menuju Matematika Lewat Sejarah dan Bahasa*. Jakarta: Wijaya, 1982.
- Joseph, George G. *The Crest of the Peacock*, Princeton University Press, 2000.

- Kasir, D. S. (1931). *The Algebra of Omar Khayyam*. New York: Teachers College of Columbia University.
- Katz, Victor J. *A History of Mathematics: An Introduction*. Harper Collins collage publishers, 1993.
- Katz, V. J. (1997). Algebra and its teaching: An historical survey. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (1), 25-38.
- Katz, V. Z. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies of Mathematics*, 66: 185-201.
- Khazin, Muhyiddin. *Ilmu Falak dalam Teori dan Praktik*. Yogyakarta: Buana Pustaka, 2008.
- Laksono, Eko. *Imperium III: Zaman Kebangkitan Besar*. Jakarta: Hikmah, 2010.
- Lewis, David Levering. *The Greatness of Al-Andalus: Ketika Islam Mewarnai Peradaban Barat*. Jakarta: Serambi, 2012.
- Magee, Bryan. *The Story of Philosophy: Kisah tentang Filsafat*. Yogyakarta: Kanisius, 2008.
- Mangu, Wayan. *Diktat Kuliah Sejarah Matematika*. Tidak diterbitkan: IPB, 2003.
- Maran, Rafael Raga. *Pengantar Logika*. Jakarta: Grasindo, 2007.
- Marsigit, dkk. *Matematika 1*. Jakarta: Quadra, 2008.
- Marsigit. *Sejarah dan Filsafat Matematika*. Diakses dari <http://staff.uny.ac.id> pada tanggal 30 Maret 2015; Online.
- Merbach, Uta C. & Boyer. Carl B. *A History of Mathematics*. Canada: Inc. Hoboken, 2010.
- Moeharti HW. *Materi Pokok Sistem-sistem Geometri*. Jakarta: Kanika Jakarta, Universitas Terbuka, 1986.
- Mohammed, Mohaini. *Matemutika Muslim Terkemuka*. Jakarta: Salemba Teknik, 2001.

- Murtiningsih, Wahyu. *Biografi Para Ilmuwan Muslim*. Yogyakarta: Diva Press, 2011.
- Murtiningsih, Wahyu. *Biografi Para Ilmuwan Muslim*. Yogyakarta: Insan Madani, 2008.
- Mutadi. *Matematika: Bergelut dengan Si Asyik Matematika*. Jakarta: PT Listafariska Putra, 2008.
- Muqowim. *Genealogi Intelektual Sainis Muslim*. Jakarta: Kementerian Agama RI, 2012.
- Nakosteen, Mehdi. *Kontribusi Islam atas Dunia Intelektual Barat*. Surabaya: Risalah Gusti, 1996.
- Nizar, Samsul. *Sejarah Pendidikan Islam*. Jakarta: Kencana, 2007.
- Nurrída. 2015. *Tokoh-tokoh Trigonometri*. Diakses dari <http://www.slideshare.net/Nurrída02/tokoh-tokoh-trigonometri> pada tanggal 30 Maret 2016; Internet .
- Pratiwi, P. *Sejarah Aljabar*. Diakses melalui <http://ladiesfirstputripratiwi.blogspot.co.id/p/sejarah-aljabar.html> pada tanggal 24 April 2016; Internet.
- Ratnasari, Juwita. *Mengenal Penemu Sains dan Temuannya*. Jakarta: Logika Galileo, 2007.
- Riana. "Teori Aljabar Al-Khawarizmi", *Jurisdicte, Jurnal Hukum dan Syariah*. Vol. 2. No.2. 2011.
- Rifai, Agus. *Perpustakaan Islam*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada, 2014.
- Ryano, Jonathan. *Aritmetika*, diakses dari <http://jonathan9b20.blogspot.co.id> pada tanggal 18 April 2016; Internet.
- Salim, Nory. *Sejarah Aljabar*. Diakses dari <http://www.scribd.com> pada tanggal 24 April 2016; Internet.
- Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 14:15-39.

- Shank, Michael H. *The Scientific Enterprise in Antiquity and the Middle Ages*. Chicago: University of Chicago Press, 2000.
- Smith, David E. *History of Mathematics*. Dover Publication, 1958.
- Strathern, Pail. *Ide Besar: Archimedes & Titik Tumpu*. Jakarta: Erlangga, 2004.
- Strathern, Paul. *Turing & Komputer*. Jakarta: Erlangga, 2002.
- Sudharta, Tjokorda Rai. *Kalender 301 Tahun (Tahun 1800 s/d 2100)*. Jakarta: Balai Pustaka, 2008.
- Sudrajat, Ajat dan Miftahuddin. *Diktat Sejarah Asia Barat: Pengantar Sejarah Asia Barat*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta, 2008.
- Sugiyono, Vani. *Jurus Jitu Menaklukkan Matematika SMA 1, 2 & 3*. Surabaya: PT Kawan Pustaka, 2010.
- Sukardjono, *Hakikat dan Sejarah Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka, 2011.
- Sumadyono. *Beberapa Naskah Kuno Matematika*, diakses dari <http://p4tkmatematika.org>, pada 3 Juni 2015; Internet.
- Sumardyono. *Karakteristik Matematika dan Implikasinya terhadap Pembelajaran Matematika*. Pusat Pengembangan Penataran Guru Matematika: Yogyakarta, 2004.
- Sumardyono. *Sejarah Topik Aljabar*. Diakses melalui <http://p4tkmatematika.org> pada tanggal 24 Maret 2016; Internet.
- Sumardyono, *Sejarah Beberapa Topik Aritmetika*. di akses dari <http://p4tkmatematika.org> pada tanggal 25 Desember 2015.
- Sunanto, Musyrifah. *Sejarah Islam Klasik: Perkembangan Ilmu Pengetahuan Islam*. Jakarta: Kencana, 2011.
- Susanto, Hadi. *Tuhan Pasti Ahli Matematika*. Yogyakarta: PT Bentang Pustaka, 2015.
- Supriyadi. *Renaissance Islam*. Jakarta: PT Gramedia, 2015.

- Suriasumantri, Jujun. *Filsaafat Ilmu: Sebuah Pengantar Populer*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan, 2013.
- Su'ud, Abu. *Islamolog: Sejarah, Ajaran dan Peranannya dalam Peradaban Umat Manusia*. Jakarta: PT Rieneka Cipta, 2003.
- Suyanta, Sri. "Transformasi Intelektual Islam ke Barat". *Jurnal Ilmiah Islam Futura*. Vol. X, No. 2, 2011.
- Svarney, Patricia Barnes dan Thomas E. Svarney. *Ensiklopedia Matematika Volume 1: Sejarah Matematika; Matematika Sepanjang Sejarah*. Bandung: PT Pakar Raya, 2014.
- Svarney, Patricia Barnes dan Thomas E. Svarney. *Ensiklopedia Matematika Volume 2: Dasar-dasar Matematika Dasar dan Logika Matematika*. Bandung: PT Pakar Raya, 2014.
- Svarney, Patricia Barnes dan Thomas E. Svarney. *Ensiklopedia Matematika Volume 3: Aljabar, Geometri dan Trigonometri*. Bandung: PT Pakar Raya, 2014.
- Syaefudin, Machfud. *Dinamika Peradaban Islam Perspektif Historis*. Yogyakarta: Pustaka Ilmu, 2013.
- Taniputera, Ivan. *History of China*. Yogyakarta: Ar-ruzz Media, 2011.
- Wahyu. *99 Ilmuwan Muslim Perintis Sains Modern: Buku Biografi Lengkap, Praktis, dan Inspiratif*. Jogjakarta: Diva Press, 2011.
- Wahyudin dan Sudrajat. *Ensiklopedi: Matematika dan Peradaban Manusia*. Jakarta: Tarity Samudra Berlian, 2003.
- Wheeler, D. *Backwards and Forwards: Reflection on Different Approaches to Algebra*. In *Approaches to Algebra*. Springer Netherland.
- Wheeler, Liz, dkk. *Jendele Iptek Seri 13: Ruang & Waktu*. Jakarta: PT Balai Pustaka, 2000.

- Widhiastuti, Lian. 2014. *Sejarah Matematika India*, diakses dari <http://lianw17.blogspot.com/2014/03/vbehaviorurldefaultvml.html> pada tanggal 13 Juni 2015; Online.
- Wikipedia. *Euklides*. Diakses dari <http://id.wikipedia.org/wiki/Euklides> pada tanggal 30 Maret 2015; Internet.
- Wikipedia. *Hipparkhos*. Diakses dari <http://id.wikipedia.org/wiki/Hipparkhos> pada tanggal 30 Maret 2016; Internet.
- Wikipedia. *Matematika Yunani*. Diakses dari www.id.wikipedia.org/wiki/yunani, pada tanggal 3 Juni 2016; Internet.
- Wikipedia. *Pierre de Fermat*. Diakses dari https://id.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat pada tanggal 10 Mei 2016.
- Wikipedia. *Rene Descartes*. Diakses dari https://id.wikipedia.org/wiki/Rene_Descartes pada tanggal 5 April 2016.
- Wikipedia. *Sejarah Matematika*. Diakses dari: http://id.wikipedia.org/wiki/Sejarah_matematika pada tanggal 13 juni 2015; Online.
- Wikipedia. *Sejarah Matematika*. Diakses dari https://id.wikipedia.org/wiki/Sejarah_matematika pada 7 Mei 2016; Internet.
- Wikipedia. *Trigonometri*. Diakses melalui <https://id.wikipedia.org/wiki/Trigonometri> pada tanggal 30 Maret 2016; Internet.
- Wulandari, Ika. Thesis. *Pengembangan Buku Elektronik Trigonometri dengan Mengintegrasikan Penalaran Matematis, Teknologi, Sejarah dan Aplikasi Trigonometri*. Universitas Sebelas Maret, 2015.
- Ulkhag, Mujiya. *Pierre de Fermat (1601-1665)*. Diakses melalui Error! Hyperlink reference not valid. pada tanggal 10 Mei 2016.
- Yatim, Badri. *Sejarah Peradaban Islam*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada, 2007.
- Yuana, Kumara Ari. *100 Tokoh Filsuf Barat dari Abad 6 SM-Abad 21 yang Menginspirasi Dunia Bisnis*. Yogyakarta: C.V Andi Offset, 2010.
- Yu-Lan, Fung. *Sejarah Filsafat Cina*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar, 2007.

Yusanto, Muhammad Ismail. *Menggagas Pendidikan Islami Masa Kini*. Bogor: Al Azhar, 2004.

Zainurrofiq, A. *China Negara Raksasa Asia, Rahasia Sukses Cina Menguasai Dunia*. Yogyakarta: Ar-Ruzz Media Group, 2009.

-oo0oo-